加熱調理における条件の簡単な近似について

第二報（内部温度の近似）

中　峠　哲　朗

1. はじめに

第一報に記したような目的をもつて、諸種の検討を行つてきたが、光藤そのほかによる実験結果によつて、加熱調理における内部温度は調理法に無関係なように見える物理現象と考えてよいことが見出されるので、これを簡単に定式化し、実用に供する方法が見出されたので、それについて記す。具体的には伝熱理論を使用して計算するのであるが、この報告の目的は計算にあるのではなくて、実用化にある点を考慮し、計算の経過は省略して、使用した仮定と近似の具体的な方法とについて討論する。以下特に断らない限り記号、そのほかについては伝達理論の方法に従つたものと考えていただきたい。

光藤の実験結果を要約すれば次のごとくである。加熱調理においては、試料は２つの部分に区別される。第一は加熱法によつて影響される。きわめて薄い表層部と、加熱法にほとんど無関係に、100°Cの熱源で周囲から加熱した場合と同様な温度変化をする内部とである。この結果をどのような方法で数値的に表現するかを取り上げるのであるが、この報告では、まず内部状態に関する部分を取り扱う。その理由としては、①問題が比較的簡単であり、すべての加熱調理に共通である。②肉眼で見ることができない部分であるから、その状態を何らかの方法で推定することは、非常に役立つ。③加熱調理される材料の大部分に関している。等があげられる。

2. 有限厚板の両面を急に（$U^*—U_0$）だだけ温度上昇させたとき

調理において最も普通に使用される例として、切り身の魚を煮る。あるいは油で揚げる場合がある。このときは肉厚に比べて面積が広いので、近似的に一様な厚さの広い板を両面から加熱する場合として計算することができる。加熱法としては、時間のきわめて初期を除けば、試料の両側面は 100°C に保たれている。従つて、これは両面を瞬間的に100°Cに加熱した場合として考えてもあまり大きな誤りはない。

最初試料は全体が室内温度 u_0 にあつたものが、時間 $t=0$ において、両側面が沸騰点 U^* にまで加熱されたとしよう。座標の原点を板の中心面にとり、表面が $x=\pm D/2$ の位置にあるとする。すなわち、板の厚さがDである。このとき、深さ x の点の時間 t における温度を u とすると、内部での熱源がないとして、熱伝導の微分方程式、および、境界条件は次の形で

与えられる。（試料の温度拡散係数 κ）

$$\frac{\partial U}{\partial t}=K\frac{\gamma^2 U}{\gamma^2 x}$$

$x=0$ において　　$\dfrac{\partial U}{\partial x}=0$

$x=\dfrac{D}{2}$ において　　$U=U^*$

$t=0$ において　　$U=U_0$

これを解くと U は次の形で与えられる。

$$U-U_0=(U^*-U_0)\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left\{\text{erfc.}\left(\frac{(2n+1)D/2-x}{2\sqrt{\partial t}}\right)+\text{erfc}\left(\frac{(2n+1)D/2+x}{2\sqrt{\partial t}}\right)\right\}\cdots(1)$$

形を簡単化するために次の略号を使用することとする。

$$u\equiv\frac{U-U_0}{U^*-U_0}、\qquad y\equiv\frac{2x}{D}、\qquad \tau\equiv\frac{D}{4\sqrt{\kappa t}}\cdots\cdots(2)$$

そのとき(1)式は次のようになる。

$$u=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left\{\text{erfc}\left((2n+1-y)\tau\right)+\text{erfc}\left((2n+1+y)\tau\right)\right.\cdots\cdots(3)$$

従つて中心面での温度上昇は $y=0$ として次の形で与えられる。

$$u_0=2\sum_{=0}^{\infty}(-1)\ \text{erfc}\left((2n+1)\tau\right)\cdots\cdots(4)$$

この式は中心部温度の変化が τ だけの函数として与えられる。すなわち、試料の厚さ、温度拡散係数、および時間が単独にではなくて、(2)式で与えられる組合せによつて定まることを意味している。

3.　球形の周囲を急に（U^*-U_0）だけ温度上昇させたとき

平板形でなくて球形の試料を煮る，あるいは油で揚げる場合にも前節と同様に考えて、微分方程式および境界条件を次のようにおく。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\kappa}{x^2}\ \frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial U}{\partial x}\right)$$

$x=0$ において　　$\dfrac{\partial U}{\partial x}=0$

$x=\dfrac{D}{2}$ において　　$U=U^*$

$t=0$ において　　$U=U_0$

この解についても(2)式と同じ略号を使用すると次式が得られる。

$$u=\frac{1}{y}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\text{erfc}[(2n+1-y)\tau]-\text{erfc}[(2n+1+y)\tau]\right\}\cdots\cdots(5)$$

中心部の温度は $y=0$ とおいて

$$u_0=2\sum_{n=0}^{\infty}\tau e^{-(2n+1)\tau 2}\cdots\cdots(6)$$

4.　有限厚平板の一面を急（U^*-U_0）だけ温度上昇させるとき

魚を直火焼きする場合についてこのような条件で近似することができる。このときの計算は第２節と同様な結果となる。すなわち、厚さが真の厚さの２倍である試料を両面より加熱すると考えればよい。従つて、(3)式において τ の代りに 2τ を用いて

$$u=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left\{\mathrm{erfc}[(2n+1-y)2\tau]+\mathrm{erfc}[(2n+1+y)2\tau]\right\}\cdots\cdots(7)$$

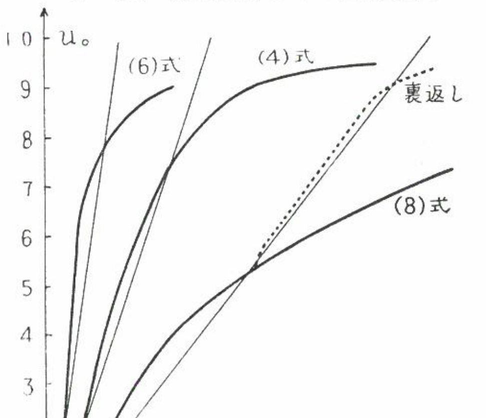
また中心部温度は第２節の場合と異つて、上式において$y=\dfrac{1}{2}$とおいて得られる。すなわち

$$u_0=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left\{\mathrm{erfc}[(2n+\frac{1}{2})2\tau]+\mathrm{erfc}[2n+\frac{3}{2})2\tau]\right\}\cdots\cdots(8)$$

5.　温度上昇の直線による近似

以上に求めた(4)、(6)および(8)式は種々の調理法における試料の中心部温度（最も温度の低い部分の温度と考えられる）であつて、いずれも τ だけの函数として与えられている。従つてこれらの各場合における温度上昇の遅速を比較するためには、時間 t を直接に用いないで、τ を基準として考えた方が好都合である。従つて、種々の τ 値に関して、各式がどのような値をとるかを計算すればよい。ただし、この結果を調べるためには、τ を座標とするのでは分りにくいので、$1/\tau^2=\dfrac{16\kappa}{D^2}t$ を用いると、これは一定の厚さの試料については時間に比例する。これをグラフに示したものが第１図である。

第一図　温度上昇とその直線近似



この結果温度上昇 u が 0.3〜0.8 の間はほとんど直線に近い変化をしていることが分る。また魚肉類を主として考察の対象とすると、その調理温度は大体この範囲に入ると考えられるので、実用上これを直線として近似しても差し支えないと思われる。その結果は次のようになる。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{板形片面加熱 (8)} & \rightarrow u_0=0.13/\tau^2=2.10\kappa t/D^2\\ \text{板形全面加熱 (4)} & \rightarrow u_0=0.31/\tau^2=5.00\kappa t/D^2\\ \text{球形全面加熱 (6)} & \rightarrow u_0=0.73/\tau^2=11.70\kappa t/D^2\end{array}\right\}\cdots\cdots(9)$$

この場合、誤差は大体10％程度であるが、$u=0.8$ の近くではこれを越えることがある。しかし、調理における条件の複雑さに比べると、この程度の誤差は重大ではないと考えられる。

(9)式を更に実用に便利な形とするために、次のように近似していく。(9)式に含まれる３つの

式の右辺の比例定数の比をとると「0.42：1：2.3」であるが、実際にこのような理想的な場合を取り扱う場合は少ないこと、および誤差を10%位は許されることを考えて、この比を「0.5：1：2」と近似し、中心値として、$\sqrt[3]{0.13\times0.31\times0.73}\fallingdotseq0.31$を用いる。そのとき(9)式の代りに次のようにとることができる。

基本式 $u_0=0.31/\tau^2=5.00\kappa t/D^2$ ……(10)

$$\left\{\begin{array}{l}\text{板形片面加熱はこの}1/2\\ \text{板形全面加熱は}\times1\\ \text{球形全面加熱は}\times2\end{array}\right. \quad\cdots\cdots(10')$$

また魚肉類を対象として考えるとき、温度拡散係数 κ はどんな試料であつても、あまり大きな差はないと考えて $\kappa=2.0\times10^{-3}$ を用い（この数値は今後なお検討の余地があるけれども）、また実用の便のために時間の単位として「秒」から「分」に変換すれば(10)式は次のようになる。

$u_0=0.70t/D^2$ ……(11)

調理が終了した時に、中心部温度を u_0 にした時がちようどよい調理法だということを経験的に知つているならば、その時加熱時間Tは

$T_0=u_0D^2/0.70$ ……(12)

によつて計算される時間 T_0（これを基本時間と名付けよう）に次の修正を施して得られる。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{板形片面加熱} & \times\ 2\\ \text{板形全面加熱} & \times\ 1\\ \text{球形全面加熱} & \times1/2\end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(12')$$

なお、室温 $U_0=0°C$、沸騰点 $U^*=100°C$ のときは(12)式は簡単になつて次の形をとる。

$T_0=UD^2/70$ ……(13)

6. 結　　論

以上述べたように(12)および(12′)式を用いて加熱時間を計算すれば、調理結果における内部の温度はいつでも希望する状態におくことができることが知られた。更にもつと誤差を大きく許して、従来行われている「勘」に頼る調理を合理化するだけでよいとするならば(12)′を省略して(12)式のみに頼ることができよう。

また、この計算において、魚肉類を中心として考えたが、実際にこの計算式(10)(10′)はもつと広い分野に適用し得る意味のものである。このことから、筆者はここに得られた(12)(12′)式が実際に調理の上に有効なものとなることを希望すると共に、この関係を更に広く適用範囲にまで押し進めていきたいと思う。