

# アメリカの婦人労働者に関する統計経済学的研究

光 藤 静 子

## はじめに

アメリカの労働婦人は、1940年ごろまでは、未婚者を中心として15～23歳代が主力をなし、24歳を境に急に労働戦線から退き、25～29歳で急低下し、その後50～54歳代まで比較的安定した数字を示していた。

ところが1945年ごろ以降、結婚後子供の養育期を経た35～39歳の婦人層が急激に労働戦線に加わり、40～44歳をピークとして、50～54歳代まで働き、それを境にまた労働戦線からだんだん退いていく傾向が顕著にみられる。

こうした事情の中で、有夫の妻が働きに出ることを決定するものは、結局その属する世帯（消費単位）の経済的、人口統計学的特徴に左右されるのだという調査結果が出ている。

その内容をやや具体的にあげると

- 1) 夫の賃金が増すと妻の就労は減る。（（夫の賃金の増加は世帯（消費単位）の収入を増す））
- 2) 妻の賃金率が增大すると就労が増す。（（妻の賃金を増すことは消費単位の収入を増す））
- 3) 財産収入の増加は、夫の（全時間）労賃の増加以上に、就労を減ずる。
- 4) 負債は就労を増す。（（対人（信用）債務の方が抵当（担保）債務より以上に就労を増す））
- 5) 消費単位の中に子供ができると就労が減る。  
6歳以下の子供があることは就労を減ずる。就労は子供の数が増すに従って減る。
- 6) 就労が一番下の子供が大きくなるに従って増す。
- 7) 就労は教育が増すに従って増す。
- 8) 就労は結婚年数が増すに従って減ずる。

これは1958年発行のアメリカの Yale 大学定期刊行物“Yale Studies in Economics”の第9巻、Thomas F. Dernburg, Richard N. Rosett, and Harold W. Watts による“Studies in Household Economic Behavior”に納められた Richard N. Rosett の Working Wives: An Econometric Study における研究の結論である。

この研究は広範な資料に基づくもので、良心的な結論といってよい。わが国婦人労働との関連においても示唆に富むものである。以下彼の研究のあとを同著によってたどってゆくことにしたい。

なおわが国の場合も婦人労働は、これまでの未婚者を中心とした就労から、人妻の就労漸増の今日に及び、将来への見通しはやはりアメリカと似た傾向を取っていることが想像される。すなわち、アメリカのそれほどではないとしても、さいきんの産業界の伸展、家庭における家族計画化の浸透、保育所等の社会施設（現状はまことに微弱）の拡充に従い、今後かなりこうした傾向をとるものとみられる。

ただしわが国の場合については期待した資料が得られなかったため、本稿ではこれに及ぶことを差し控えた。

# アメリカの労働婦人

## —統計経済学的研究\*—

本研究の目的は、婦人が労働力に参加することを決心するのは、彼女がその1員である世帯の人口学的及び経済的特徴に左右されるものであるかどうかを決定するにある。「1954年の消費者の所得の観察」からの1,592の消費単位の1例が、一つのモデルを使って分析される。このモデルというのは従属変数（妻の労働力参加）はゼロより少ないことはあり得ないという事実を考慮に入れたものである。この研究の結論は次のとおり：

夫の資金の率が増すと妻の就労（労働力参加）は減る。

妻の賃金率が增大すると就労が増す。

負債が増すと就労が増す。

財産所得がふえると就労が減る。

消費単位の中に子供が生まれると就労が減る。

就労が一番下の子供がだんだん大きくなるに従って増す。

教育が進むほど就労が増す。

就労は結婚年数が増すに従って低下する。

\* この研究のための資料は、連合準備制度の長官会議の許しを得て、ミシガン大学の観察調査センターによる穴あけカードを利用した。この国際事務機械株式会社は、ワトソン科学計算研究所の施設により、IBM 650 資料作成機を使って、計算時間175時間かけた。ニューヨーク大学は大学自身の機械に追加80時間をかけた。私はまた激励と助言をいただいたゼームズ・トピン、ウィリアム・フェルナー及びハロルド・ガスリーの諸先生に対し感謝したい。

### 1. 妻の労働力参加における一般的傾向

第17回の（10年ごとに行なわれる）センサスの年、1950年には、千百万以上のアメリカ婦人が労働力のメンバーに数えられた。これらのうち800万以上は結婚をし、夫と同居していた；これら既婚婦人のうちの550万は18歳未満の子供の母であった。1900年から1950年に至る50年間において、この間アメリカの労働力は3倍の大きくなり、労働力に加わっている婦人の数は4倍になり、また労働力に加わっている既婚婦人の数は11倍にふえた。この時期の間、年齢20歳以上の男子の労働参加率<sup>1)</sup>は、総計でも年齢群別でもともに実質上現状維持だった。しかるに婦人についての年齢別労働参加素描の調査の結果は、次のことが明らかになった。すなわち各年齢群における参加率は1940年まで着実に上昇しており、また1940年と1950年との間には素描の形で激しい変化があった。このことは住民の労働参加率における変化が総体でも、年齢群の範囲でも、ともにほとんど完全に、婦人の労働参加における変化によることを意味している。

1. 総計の労働参加に関して、参加の割合は有給で雇われているか、あるいは仕事を探し求めているすべての個人（指定部類に属する）の比率による。個々人に関しては、労働参加率は、ある一般に容認された全時間率に対する個人の労働参加の割合を意味する。

婦人の労働参加率における変化の原因となる要素は、論理的には次の三つの部類にわかれる：  
(1) 婦人労働者に対する需要ならびに婦人や、妻の雇用に対するその夫たちの態度における一般的

表1 婦人労働者 1870~1954年

年次	数 (単位千)	婦人労働者	
		全労働者に対するパーセント	全婦人に対するパーセント
10歳以上			
1870 (明治3年)	1,917	15	13
1880 ( " 13 )	2,647	15	15
1890 ( " 23 )	4,006	17	17
1900 ( " 33 )	5,319	18	19
1910 ( " 43 )	7,445	20	21
1920 (大正9年)	8,637	20	21
1930 (昭和5年)	10,752	22	22
14歳以上			
1920 (大正9年)	8,430	20	23
1930 (昭和5年)	10,697	22	24
1930 <sup>a</sup> ( " 5 )	10,396	22	24
1940 <sup>a</sup> ( " 15 )	13,015	24	26
1940 <sup>b</sup> ( " 15 )	13,840	25	27
1945 ( " 20 )	19,570	36	37
1947 ( " 22 )	16,320	28	30
1949 ( " 24 )	17,167	28	31
1950 ( " 25 )	18,063	29	32
1951 ( " 26 )	18,607	30	33
1952 ( " 27 )	18,798	30	33
1953 ( " 28 )	18,912	30	32
1954 ( " 29 )	19,726	31	33

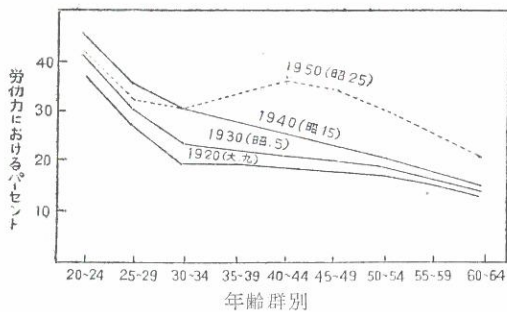
a 1930年の労働力数字は、概算したもので、1940年のはそれらが比較できるようセンサス局で調整したものの。

b 1940年の一般人の労働力数字は、その後の年の分と比較できるようにセンサス局で調整してある。

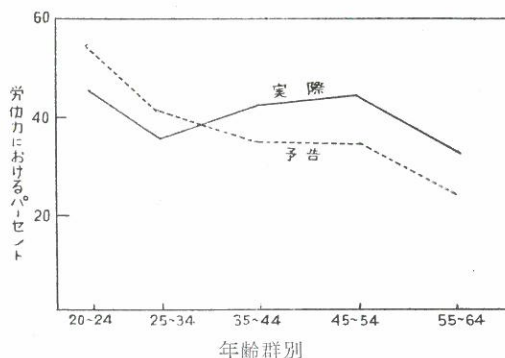
出所：合衆国センサス局。十年ごとのセンサス年の資料はセンサスに基づいている。他の年の資料はその時の住民試料かと取られている。これらの資料は合衆国労働省の婦人局の公報第242号および公報第255号からここへ転載したものである。

変化。ただし一般的傾向に影響する要素の詳細な論議はこの研究の領域外である。(2)生活過程：結婚、子供の出生、子供の学校入学、夫の死亡のようなできごと。(3)家族の家計上の地位：夫のまたは妻の賃金における変化や彼らの資産や負債における変化の如き要素。以上の3部類である。本章はこの一般的傾向や生活過程の影響と、それとの相互作用の記述に当てられよう。

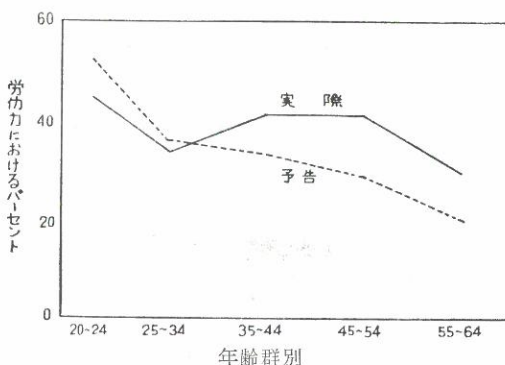
婦人の総計的労働参加率は着々と上昇しており、横ばい状態になる徴候は全然ないとはいえ、次の如く信ずべき若干の理由がある。すなわち、それが間もなく安定したものになるだろうということ、及び1950年の年齢群別素描の顕著な特徴は持続するだろうということである。第1図は1920、1930、1940及び1950年についての素描である。これらの図表に表現されたデータは、それを1940年のセンサスと比べることができるよう調整してある。第2図(a及びb)は1950年及び1955年についての現実と予告の素描の比較だ。第2図におけるデータは現在の人口報告と比較できる。解説にあたって相違点を調整するためには、それを現在人口の報告と比較できるように1940年のセンサスのデータをふくらませる必要がある。第2図に示された予告は John D. Durand<sup>2)</sup>



第1図 年齢別による婦人の労働参加率：1920—1950  
 出所：1920—1940年については Durand 208 ページ：  
 1950年については合衆国センサス局第17回  
 合衆国センサス (Seventeenth Census of the  
 United States)：1950年「人口」特別報告 P-E,  
 No. 1—A, “Employment and Personal Char-  
 acteristics” (職業と個人の特徴) P. 16.



第2 a 図 年齢別に見た婦人の実際と予告の労働参加  
 率：1950年



第2 b 図 年齢別に見た婦人の実際と予告の労働参加  
 率：1955年

出所：Durand, 257 ページ, 及び合衆国センサス局,  
 現在人口報告 (Current Population Report)  
 シリーズ P—50, No. 67.

3. 婦人<sup>3)</sup>の就業(雇用)の機会や慣習習慣における変化が増すということは、全婦人の労働参加率における一般的上昇傾向の原因となってきた。

によってなされたものである。

2. John D. Durnd, 「合衆国における労働力」  
 1890—1960年, New York, 社会科学研究会議,  
 1948年発行. 計画設計もまた1975年までセンサ  
 ス局で作られた. Durand は土着の白人, 土着の  
 非白人及び非土着人の個々の分析を男女両方  
 について行なった. 彼はこれらの全く違ったグル  
 ープの各々についての将来の労働参加素描を予  
 告し, 第II世界大戦の結果を証明しようと試み,  
 かつ彼の個々の予告を結合して総体の予告を得  
 た. センサス計画はもっと単純な線形の外挿法  
 (補外法) に基礎をおいている.

Durand は, 1890~1945年のデータに基づい  
 て平面図を作り, そして1950, 1955, 及び1960  
 年について年齢別による労働参加素描を予告し  
 た. Durand によってなされた予告の誤りは,  
 それ自身たまたま素描の形を変えるに至ったも  
 のに何らかの光りを投ずることができよう. 一  
 番大事なことは, 彼が20~24歳での労働参加率  
 を8パーセントばかり多く見積もりすぎたとい  
 う事実である. 彼はまた25~34の年齢群にお  
 ける増加をも見積もりすぎた. 大体において,  
 Durand はすべての年齢群における参加率が,  
 かつて過去にあったと同じように大きく増加し  
 続けるものと期待したと思われる.

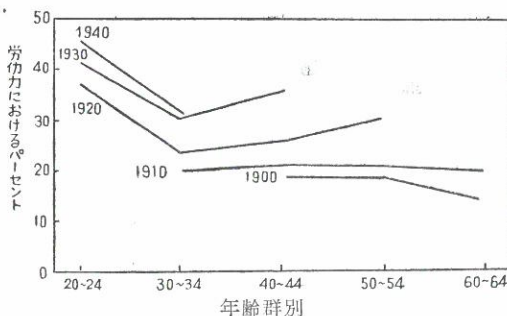
Durand の誤りの性質と一致した素描の形に  
 おける変化についての説明は次の如くである:

1. 婦人がその生涯のどういう時期かに労働  
 力にはいるという確率は, その時以前に彼女が  
 労働力にはいったことがあるかかによって決  
 まる. この確率は彼女が以前に職をもっていた  
 場合の方がより高いからである.

2. 婦人についての雇用(就業)の型という  
 ものは, その生活過程に密接に関係している.  
 もし彼女が彼女の結婚するときに働いているな  
 らば, 彼女は彼女の最初の子供が生まれるや否  
 や労働力から退くであろう. 彼女の一番下の子  
 供が成長するに従い, 彼女が労働力にはいった  
 りまたは復帰する確率は増してくる.

4. 婦人の労働力への参加率における一般的傾向は、横ばい状態になっている。われわれは一つの過度期を過ぎてき、そして今や婦人の就業の型における安定性の新しい時代に入りつつある。もし最初の3つの仮定が正しいとするならば、第1図に表示されたデータの検討から、第4の仮定を推論することが可能である。この論議のために、一つの群を10年目ごとに同じ5歳のグループ内にはいる個人のグループと限定しよう。一つの群はそれが20~24歳であったその年をよりどころとして指定されよう。このようにして1920年群は、1920年には20~24歳であり、1950年には50~54歳であった。すると20~65歳を包含するセンサスの素描は、九つの群からなり立つ。1群の労働参加の素描は、それがだんだん年をとるに従い単一の群の参加率を示すことになるだろう。もしも提起した説明が正しいとするならば、人はある群の素描が1950年のセンサス（横断面）の素描に似たもののように見えると期待するだろう。婦人は子供ができるのと労働力から去り、子供が成長すると労働力に復帰するだろう。彼女らはその時、年齢または環境が彼女らを退職させるまで働くであろう。第3図は1組の群についての労働参加の素描を示すものである。これらはセンサス間のデータがないこと、及び1920年以前の十分なデータに欠けていることのために不完全なものである。不完全ではあるが、これらはこの群の素描が、この仮定にとられた生活過程のヒナ型を如実に反映するものだとすることを暗示する。仮説の説明を基礎として、人は次のことを期待するであろう。すなわち、もしある群が、ある年齢グループにおける他の群よりも高い率で労働力に参加するならば、それはあらゆる年齢グループの中で比較的高い率で参加するものと期待するだろうということである。これは事実だと思う。

3. 婦人の就業（雇用）の機会における変化の性質及び限界に関する十分な議論としては、1957年のコロンビア大学出版部、ニューヨーク、国立動員可能人力会議の“婦人動員可能能力 Womanpower”を見よ。婦人についての就業機会における変化についての分析は、二つの部分に分けることができる：賃金率における変化と婦人にひらかれている職の種類における変化とである。賃金率における変化の問題に関しては W. S. Woytinsky その他の“合衆国における就業と賃金”（1953, New York, 20世紀 Fund）505ページを見よ。婦人の職業の種類の変化に関するデータとしては1940~1950年「婦人の職業における変化」、1953年、合衆国労働省、Washington、「婦人局会報」253号を見よ。題号にもかかわらず、この公報は1900~1950年の期間にわたるデータを包含している。1900~1930年の時期のもっと詳しい論議としては1933年、ニューヨーク、マクグローヒルの S. P. Breckinridge の“20世紀における婦人”を見よ。これらの図書はみんな、二つの重要な点に関しては一致している：(1) 婦人に対する中位の賃金率は、小さい変動を伴いながら、1900年以来、男子に対する中位の賃金率の約半分（1/2）であった。(2) 以前には決定的に男子の職業だと考えられた職業へ婦人が移る例は沢山あるが、婦人就業増加の大部分は、伝統的に婦人によってささえられた職の相対的重要さが急に増大したことによっている。このことは一部には男子の賃金に比例して婦人の賃金を引き上げることに失敗したことを物語っている。



第3図 婦人の群別労働参加の素描  
出所：12ページ第1図についての出所を見よ

もしも20~24歳における労働参加率がかなり急激に上昇しつつあるならば、その群の素描の形はセンサスの素描には現われないだろう。若い群はより年上の群よりも、より高い率で参加するであろう。そして発育中の子供をもった婦人は労働力に再加入することになるだろうけれども、彼女らはその参加率をより若い群の参加率まで引き上げることはなからう。いなそればかりか出産のために自らの最低参加率にある群の参加率にまでさえも引き上げることはなから

う。他方、もしも20～24歳における参加率が安定してくるとしたならば、5年後には二つの一番若い群が群参加素描において同じになるだろう。10年後には三つの一番若い群がこの点において同じようになるだろう。そして45年の終わりには、横断面は、群参加の素描においてみんな同じな九つの群から成ることになるだろう。言いかえれば、もし群の素描がかなり長く安定を続けるならば、横断面はキッカリと1群の素描の如き観を呈するだろう。第2図において1950年と1955年とについての現実の横断面素描が20歳から40歳までほとんど同じであることは、興味をもって注目したい。第1図では、1950年における20～24歳の労働参加率が1930年におけるよりもほんのわずか高かっただけであることに気付かれよう。1940年についての率は1930年あるいは1950年におけるより高かった。しかし、このことはその年における陸軍徴兵の制度や異常な世界の情勢によるものとされ得よう。審議中の仮定の骨組の範囲内で一緒にして考えると、このような事実は、群参加の素描が20年以上もの間、ほとんど変わっていないことを思いつかせ得るだろう。1960年のセンサスはより若い婦人における参加率ではほんのわずかの増加を示すか、あるいは全く増加を示さないものと期待されそうだ。

この議論に対しては二つの大事な条件を作ることが必要である。第1に、もしも横断面の素描の形における変化についての仮定上の説明が正しいとするならば、群の素描そのものは、一般の傾向によって影響される。もしこの一般の傾向が除去されるならば、群の素描は出産期中いっそうハッキリと落ち、育児期中もほんのわずかしか昇らないだろうというのが合理的のように思われる。このようにして、もしも群の素描の水準が安定してくるならば、群の素描（そして結局は横断面の素描）は過去の群の素描より幾分違った形のものとなるだろう。

第2に、1950年の横断面素描におけるふくれ上がりの幾分は第2次世界大戦に起因しているだろう。たしかに戦争中の初期の間働いた多数の婦人は継続して労働力に止まったり、あるいは少なくともその後、彼女らの労働経験のゆえに労働力に復帰することが容易だった。しかしながらこのことは、若い年齢グループにおける増加が異常に少なかったことを説明するには十分でない。

この群の素描についての論議においては、労働婦人の生活過程というものが、代表的には、結婚しそして子供をもつところの婦人のそれ（生活過程）であると仮定された。1900年には労働力にある婦人の67%は結婚していなかった。このことは、一部には、労働加入率というものが、結婚すぐ前のどの群にとっても極めて高いという事実に起因していた。そして1900年には労働年齢の婦人の34%が結婚していなかった。結婚の平均年齢は今日よりも高かった。1950年には労働力にある婦人のわずか29%だけが結婚していなかった。そしてその大部分は若い婦人であった。言いかえれば、群の素描というものは既婚婦人の生活過程の型によって明らかに左右されるものである。そして1900年においてさえも、女性労働力において独身婦人が明らかに優勢であるにもかかわらず、もっと年の行った労働婦人<sup>4)</sup>の中では恐らく既婚婦人が大多数を占めていたであろう。

4. 婦人局公報 No. 246, 9 ページ第3表を見よ。

横断面のデータと時代系列のデータとの間の関係は、この研究のような研究、すなわちある試みが一つの横断面から、個々人の終生の行動に関する何物かを推論するためになされるという。そういう研究にはとくに適切である。この研究に使われたデータは1954年の Survey of Consumer Finances (消費者の所得の調査) から引用された。このデータを何げなく初めて見ただけでも、妻が働くことを決定するのに影響した最も重大な要件が、家族の生活過程：子供があるかないか、それら子供の年齢(とくに一番幼い子の年齢)及び結婚年数——と関係のあったことがわかった。これらの事柄のすべては時の作用である。家族員の収入や彼らの負債及び流動資産でも、生活過

程、したがって時に関係がある。横断面はある時点における沢山の群に関して何物かを教えてくれる。もし群の間に重大な相違点があるならば、群に及ぼす時の影響に関して何物かを推論することは困難である。1940年の横断面を基礎として、婦人は年を取るに従って働こうとしなくなるものだと推論することは正しいことではないだろう。1940年において、年を取った婦人が若い婦人よりも少ししか働かなかつたという陳述は、1940年におけるでき事のありさまについての描写であるが、しかしそれは婦人が段々に年を取って行く場合の婦人の行動についての正しい予報ではない。所得や負債及び流動資産というそのような要素が生活過程と関係があるというような範囲まで、これらが、妻の就労決定に影響を及ぼすように推論することは誤りを生じやすい。後者の困難は、独立の変数として年齢を使うことによって、幾分取り除くことができる。

もしも群の素描が急激に上に動いて行っている場合には、横断面を分析してみても、それは婦人の労働力への将来の加入割合を予測することに興味をもっている人にはほとんど価値のないものとなる。かような分析は二つの最も重要な変化の構成要素：群の素描の一般的動き及び素描そのものの形——のいずれについても何物をも示さないであろう。かような場合には、20～24歳の年齢グループにおける一般的な変化を調べるためにいくらかの横断面をしらべたり、また少なくとも彼らの生活過程の諸部分を通していくらかの群を追求することが必要であろう。他方、もし群の素描が長期間ほどよく安定を保っているならば、一般的变化を分析する必要は取り除かれ、そして群の素描の分析にはただ一つの横断面だけで十分である。

要約すると：これは労働力への婦人の加入率に影響する要素の研究であるべきだ。研究は完全にただ一つの横断面に基礎をおいているために、その予報的な価値は、全くその横断面が群の素描に映じる所の正確さにかかっている。もし横断面が、群の素描が急激に変化しつつあるという時点においてとられるならば、研究の価値は、その横断面が群の素描の安定しているという時点ととられた場合よりも実質上、より低いわけである。1953年に取られた横断面は、年齢20歳と44歳の間の婦人を対象とした群の素描の形を正確に反映していると信ぜられる理由がある。しかしながら、この事例は確実性に乏しく、そしてその結果として生ずるものは、1953年における世界の状態の記述より以上の何物でもないといったところだ。

## 2. 消費者としての選択自由のモデル並びに妻の就労率の決定

この研究で検討される仮定は、ぐあいよく消費者としての選択の単純なモデルに適合する。この節（段落）はこのモデルについての、及び資料が妥当であるために必要な制限に順応するように、仮定が修正されたその限界についての記述に関係をもつであろう。

経済の消費の尺規（関数尺）において基礎的な決定を与える単位は、彼らの資産を共同計算にし、かつ支出に関し共同の決定をする所の個々の世帯（家族）から成っていると仮定せよ。その世帯内における現実の決定過程は複雑であろうけれども、その世帯は普通の種類のインディファレンス・カーブ<sup>5)</sup>（無差別曲線）をもち、かつ実にそれが、あたかも個人でもあるかのように世の中の状態における変化に応ずるものと仮定してみよう。このことは妻が働くことを決定するのに影響する要素を検討することであるべきだから、次に来る論議は少なくとも夫婦から成る消費単位だけを扱うだろう。

このような消費単位にとって

$$(2.1) \text{ は} \quad U = U(Y, P)$$

$$\text{そして} \quad Y = H + R + WP$$

この場合、 $U$ は消費単位での選択指定自由の単調な増加関数であり（差別の付け得られる場合はど

んな場合でも), かつ特有の凸面(中高)を持っている.

Y = 家族の所得の総計

P = 妻の労働参加率<sup>6)</sup>

H = 夫の全時間労働の賃金率

R = 財産所得

W = 妻の全時間労働の賃金率

5. 通常の種類のインディファレンス・カーブ indifference curves をもつものとして, 家族や消費単位のことを考えることが可能または合理的であるか, あるいはそうでないかについての論議については, P. A. Samuelson "Social Indifference Curves," Quarterly Journal of Economics, 70 (Feb. 1956), 1~22を見よ. とくに16ページにおける法則を見よ. もしこのような indifference curves が存在することを示し得られるならば, この場合なされねばならない重要な仮定は: (1) "あなたがある人 [消費単位のメンバー] から, 等額の利益を取り去るためには, あなたは [消費単位の] 幸福が継続すべきものであるときはいつでも他の今一人の者に増大する金額を与えねばならぬ", そして(2)消費単位内には "各々のメンバーに, 等しい倫理的価値…のドル支出が維持できるような所得の optimal reallocation 楽観的な現実の位置づけ" があるということである.

6. 労働参加の一単位は, 一般に承認された全時間率 (すなわち1日8時間, 1週5日, 1年50週) として明らかにされている.

夫の労働参加率は1に等しいと仮定される. H, R, 及びWが得られた場合, 世帯はPを選び, さらにこのようにしてUを最大限に伸ばすようにYをえらぶ. この参加に対する選択の余地はレジャー (leisure) と呼ばれるだろう. もっとも労働参加に対する選択の余地があることは極めてしばしば家庭内におけるサービスであると認められており (そして實際上この分析の本質的部分であるのだが).

もし労働参加における増加が, 収入の限界効用を減じたり, 参加の限界的無効用 (レジャーの限界効用を増すのと同じである) を増大するのであれば, そのとき収入は正常な利益であり, そして規則的で窮屈な最大限度にあることが示されることとなる.

この最大限度は

$$(2.2) \text{ は } \frac{\partial Y}{\partial H} > 0$$

そして

$$(2.3) \text{ は } \frac{\partial Y}{\partial W} > 0$$

ということである.

その上, もし所得における増加が, 労働力参加の限界効用を増したり, 所得の限界効用を減じたりするならば, そのときレジャーは正常な利益<sup>7)</sup> である.

そして

$$(2.4) \text{ は } \frac{\partial P}{\partial H} < 0$$

また

$$(2.5) \text{ は } \frac{\partial P}{\partial W} > \frac{\partial P}{\partial H}$$

である.



7. 述べられている条件は十分なものであるが、しかし必要ではない。正常な利益であるべき所得に対する必要かつ十分な条件は

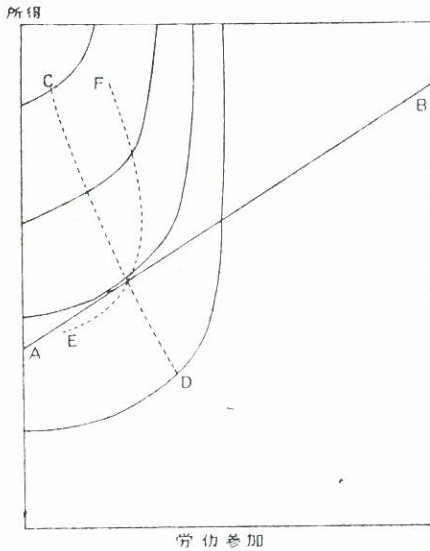
$$\frac{\frac{U_{yP}}{U_y} < 1}{\frac{U_{PP}}{U_P}} \quad \text{であり}$$

そして正常な利益であるべきレジャーにとって必要かつ十分な条件は

$$\frac{\frac{U_{yy}}{U_y} < 1}{\frac{U_{yP}}{U_y}} \quad \text{である.}$$

テキストで述べられているように、これらの条件は各々不等式記号の右側にゼロをもっている。正常な利益の定義によって、所得は (2.2) を保持すれば正常な利益であり、レジャーは (2.4) が保持されれば正常な利益である。所得かレジャーかのいずれかが劣等な利益である事例については、付録Aを見よ。

第4図はこれらの財産をもつところのインディファレンス・マップ（無差別写像）を表わす。ABは家計圧迫を示す。CDはHのさまざまな価値と固定したWに対する最大限度の軌跡であり、そしてEFはHの固定した価値と不定のWとに対する最大限度の軌跡である。



第4図 所得と労働参加との組み合わせについてのインディファレンス・マップ (Indifference Map)

であるとすれば、そのとき同じ家計圧迫を与えることによって、二つの消費単位はそれぞれ  $(Y, P)$  と  $(Y_2, P_2)$  の点において、また

$$(2.9) \quad Y_1 < Y_2$$

$$\text{及び} \quad P_1 < P_2$$

において効用を最大化するであろう。

このことは次の如く示すことができよう：Uが  $(Y_1, P_1)$  において一定の窮屈な最大限度にあると仮定せよ；すると最大限度に対する第1順位の条件からは

$$(2.10) \quad r(Y_1, P_1) = W,$$

テストされる仮定の中の4つは (2.2), (2.3), (2.4) 及び (2.5) である。妻の就労決定に影響を与えるものとして第1節に提示された要素のすべてをハッキリと包含するモデルを作ることが可能である限り、これら要素の大部分を、それがインディファレンス・カーブの傾斜に影響するものとして取り扱うことはいっそう容易なことである。

インディファレンス・カーブのスロープは

$$(2.6) \quad r(Y, P) = -\frac{U_P}{U_y} \quad \text{である.}$$

二つの消費単位が効用関数U及びVをもっていること、及び次のことを仮定せよ。すなわち

$$(2.7) \quad r(Y, P) = -\frac{U_P}{U_y}$$

$$\text{そして} \quad s(Y, P) = -\frac{V_P}{V_y} \quad \text{と仮定せよ.}$$

もしあらゆる点  $(Y, P)$  について

$$(2.8) \quad r(Y, P) > s(Y, P)$$

だが、しかし (2.8) からは

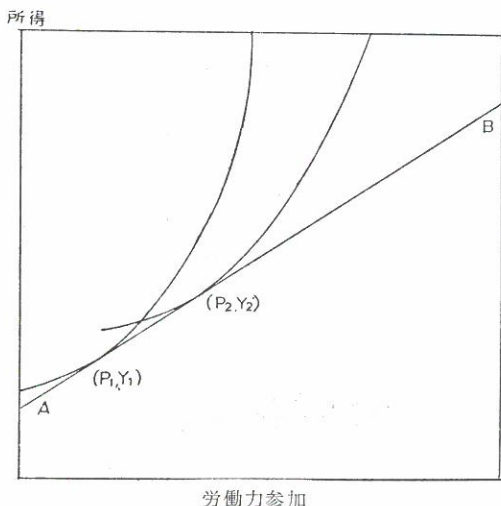
$$(2.11) \quad s(Y_1, P_1) < W \quad \text{となる.}$$

P が家計ラインにそうて増すにつれ

$$(2.12) \quad \begin{aligned} \frac{dV}{dP} &= WV_y + V_P \\ &= WV_y + sV_y \\ &= (W-s)V_y \quad \text{となる.} \end{aligned}$$

$s(Y_1, P_1) < W$  であるゆえに、 $(Y_1, P_1)$  の点では

$$(2.13) \quad \frac{dV}{dP} > 0 \quad \text{となる.}$$



第5図 インディファレンス・カーブにおける変化の P と Y への効果

このようにして、 $(Y_1, P_1)$  の点において、V は P とともに増して行っている。もし V が行儀のよい効用関数であるならば、 $(Y_2, P_2)$  という点が、効用を最大化する家計ラインの上であり、そして

$$(2.14) \quad P_1 < P_2 \quad \text{となる.}$$

$Y_1 < Y_2$  だという証明は  $W > 0$  という事実から来る。第5図はこの証明をグラフで示したものである。

このようにしてインディファレンス・カーブの傾斜をあらゆる点で増す（または減らす）ものは何でもこれが家計圧迫をうけると、ハッキリと労働力参加率を減らす（または増す）であろう。そこで家族の家計上の地位に関する一連の仮定を増補することが可能となった。

もしあらゆる消費単位が、一部分その収入の流動をコントロールすることによって、その達成しようと企てる幾らかの欲しい（プラスの）純財産の地位をもっているならば、それは次のことが期待され得よう：すなわち、 $(Y, P)$  面におけるどこかの点で、 $r$  は L（流動資産）がより大きくなればいつでもより大きくなり、また、 $r$  は D（負債）が大きくなればいつでもより小さくなる、ということだ。このことは、財産の地位が就労の限界無効用には何らの影響ももたないが、所得の限界効用には影響をもつという場合に起こるのであろう。消費単位はそうすることが  $U_y$  を増大する場合にのみ貯蓄をしたり、あるいは負債を弁済しようとするものゆえに、次のことが仮定される。すなわち

$$(2.15) \quad \frac{\partial P}{\partial L} < 0$$

そして

$$(2.16) \quad \frac{\partial P}{\partial D} > 0 \quad \text{ということである.}$$

負債の効果というものは、元来負債が現在の収入に対する要求権を表わすものだという事実の結果であるゆえに、対人（信用）負債と担保（抵当）負債<sup>3)</sup>との間を区別するのが合理的のように思われる。無担保の負債をせおっている消費単位というものは、ある点では、抵当を全部返済するにも等しい所の使用料をほとんどきまって支払っている。対人（信用）負債によって表わされた現在収入に対する要求権にはこのような相対物（見返り）はない。もし二つの種類の負債がお互いを区別するとなれば、それは次のことが期待される——すなわち、 $D_p$  及び  $D_m$  が同じ大き

さの現在収入に対する要求権を表わすとき、

$$(2.17) \quad \frac{\partial P}{\partial D_p} > \frac{\partial P}{\partial D_m} > 0$$

であるということである。

同様の推論は、よく生活過程の特色ある出来事の効果に関する仮定を生み出している。結婚そのものや夫の死の影響は不問に付されるだろう。

8. この研究の中で報告された負債の地位というのは事後的な (ex post) 負債の地位であるから、下に報告された統計上の試みにおける二種の負債間を区別することは、いっそう合理的にさえ思われる。欲しかったのは事前的な (ex ante) 負債の地位であった。もし妻が負債を完済するために働くのであれば、この違いは確認問題へと導くことができるのだが、確認の問題は担保負債における方が、対人 (信用) 負債の場合におけるより危険さが少ないようである。

子供の出生の影響は、これが  $U_y$  及び  $U_p$  の双方に影響するものと期待され得るがため、幾分あいまいである。消費単位に子供が生まれることから生ずる所得の限界効用の増大に関してはいうまでもない。子供は二つの理由から就労の限界無効用を増すであろう。第一にある人自身の子供らを世話することは、われらの文化教養の中に高い倫理的価値をもっている。第二に、もし母が労働するならば、子供の世話をするため、代償をたれかに払う必要がある。就労の限界無効用における増大は、所得の限界効用における増大よりもっと大きいということは、極めてありそうなことである。子供がだんだん年が大きくなるに従って、子供をば母よりほかのたれかの世話にまかせるということは、だんだんと受け入れられるようになる。このことは  $-U_p$  に対する倫理的寄与が減少するのだというのと同様である。子供らの数が増大することの結果を知るということは、そう容易なことではない。1人の子供を世話するのに、たれか人を雇うということは、よくないかも知れないが、数人の子供を世話するのにたれか人を雇う (もっと費用がかかるかも知れないけれども) ことは、そう悪いことではない。しかしながら、数人の子供の母となると、もし彼女が働いているならば、現実には、よし彼女がその留守の間子供たちの世話をするためにたれかを雇うとしても彼女自から家事の多くをするように要求されるだろうということはあるらしいことである。このことがほとんどという程度にまで、就労の限界無効用は、子供の数が増すとともに増大するであろう。就労の限界無効用は、就労がある生理学的限界に近づくに従って非常に早く増してくるものであるゆえに、さらにまた数人の子供の母は、彼女の自明のレジャー (余暇) の相当の部分を家事をするに費やす傾向があるゆえに、子供の数が増すということは  $r$  を増し、したがって  $P$  を減ずるだろうということが仮定される。

子供の数の影響に密接に関連した問題は成人の数の影響ということである。一消費単位に2人以上の成人があるような場合は、そのほとんどすべての場合、その余分の成人は夫婦のどちらかの親である。これらが退職した親であるならば、彼らがおるということは、所得の限界効用に貢献し、かつ就労の限界無効用を減ずる。祖父または祖母は子供たちの世話をする上で、母にとりよき代用である。そしてまた子供がない場合でも、余分の成人が存在することは妻の上にかかっている家事の負担を減らすことが期待できる。このようにして、一消費単位における成人の数が増すことは、妻の就労を増すであろう。

要約すると：就労率に影響する財政的 (会計的) かつ人口統計学的要素に関する一連の仮定は、もしその影響が付加的かつ線型的であるとすれば、次の如く表現できよう：すなわち

$$(2.18) \quad P = a_0 + a_1 W + a_2 H + a_3 D_p + a_4 D_m + a_5 L + a_6 C + a_7 A + a_8 N_c + a_9 N_a$$

$P$  = 妻の就労率 (労働参加率)

$W$  = 妻の資金率  
 $H$  = 夫の賃金率  
 $D_p$  = 対人（信用）負債  
 $D_m$  = 抵当（担保）負債  
 $L$  = 流動資産  
 $C = \begin{cases} 6 \text{ 歳以下の子供がない場合} & 0 \\ 6 \text{ 歳以下の子供がある場合} & 1 \end{cases}$   
 $A$  = 一番下の子供が6歳以下であるばあい、その年齢  
 $N_c$  = 子供の数  
 $N_a$  = 成人の数

(2.19)

$$\begin{aligned}
 a_1 &> a_2 \\
 a_2 &< 0 \\
 a_3 &> a_4 > 0 \\
 a_5 &< 0 \\
 a_6 &< 0 \\
 a_7 &> 0 \\
 a_8 &< 0 \\
 a_9 &> 0
 \end{aligned}$$

そして関係値域内における  $W^9$  については、(2.2) 及び (2.3) に等しい条件は

$$W a_2 + 1 > 0$$

と

$$a_0 + 2W a_1 + \sum_{i=2}^9 a_i X_i > 0$$

である。

9. 関係値域における  $W$  は、妻が現実にと就労しているに値するほど十分大きくなくてはならぬということの意味する。

## モデルの修正

上に提示された仮定をテストするための、1954年の「消費者の財政の調査」の最も重大な不適当な点は、何か  $P$  についての直接の情報に欠けていることである。このデータには1953年に対する妻の合計賃金、給料及び専門職業の所得以外は、彼女に関する何らの情報もない。モデルの解説にあたっては、この数字は  $WP$  を示す。このデータはそれが  $W$  のある種の見積もりを作ることが可能である場合だけ使うことができるということが明らかになった。このデータから得ることのできる  $W$  の最良の見積もりは  $H$  であるということがハッキリした。(2.18) における従属変数は、 $\frac{WP}{H}$  をもっておきかえられた。もし男が通常、彼自身の有すると同じような才能、能力及び知能をもった婦人と結婚するならば、男とその妻の賃金率の間には幾らかの明確な関係があるべきだ。そのうえ、夫と妻とは賃金率において多かれ少なかれ一様に、地方的相違ということによって影響されるものである。この仮定についてのもっと完全な論議は、第5節が予定されている。

もし横断面において  $W$  が  $H$  の関数であるということが真実であるならば、その場合、横断面に対する  $\frac{\partial P}{\partial H}$  の記号はもはや明白ではない。また、 $W$  に関する直接の情報はこのデータには何も含まれていないので、 $P$  と  $Y$  に及ぼす  $W$  の影響に関する仮定をテストすることは困難である。

モデルの家計等式（方程式）における  $R$ （財産所得）の役割に関しては、今まで何も述べられていない。 $H$  と  $R$  が同一の役割を演ずるので——彼らは単に家計ラインの  $Y$ -切片を決定するだ

けである——そしてまた、RとWとの間の関係は恐らくHとW間の関係よりも著しく弱いものであるため、単に(1)Rに関する仮定をもってHに関する仮定におきかえることによって、また(2)H+Rはいつまでも変わらないとした場合、Hにおける変化の影響に関する仮定をもって、Wに関する仮定におきかえることによってのみ、この仮定を救うことが可能である。

Rを取り入れること及びこれに伴う一連の仮定における変化は、PとWに関する直接の情報の欠けているのを出し抜くことを可能にする(望ましいことである)が、一方、一つの微妙な変化が、仮定の解釈にあたって起こっていることを注意することが大切である。WがHの関数であることを是認することは、根本的には、横断面データの利用の基礎とならねばならぬ所の“他の事情が等しければ(ceteris paribus)”という仮定の否認である。もしWが上に引証した理由でHの関数であるとすれば、これは明らかに、Hにおける変化は賃金率における“他の事情が等しければ”の変化を示すものではなくて、賃金かせぎ手の才能や能力における変化による賃金率変化を示すものである。したがって彼らとその役務を提供するところの労働市場における変化を示すものである。言いかえれば、夫が1年に1万ドルもうけることのできる人の婦人の就労は、夫が1年に5千ドルもうけることのできる人の婦人の就労と異なるものがある。異なっているのはただ賃金率だけではない。仕事の違い、彼女の知識の違い、彼女の経験の多くが違ってきている。こうした障害をできるだけ調整するために、少なくとも消費単位間の教育における差異を示すような何らかの変数を含ませることが決められた。例示は妻の教育に関する情報を全然ふくんでいないために、選ばれた変数は夫の教育であった。教育が多ければ多いほど、いっそう興味ある仕事に妻に向くゆえに、教育は就労の限界無効用を減らすものと仮定された。もし教育が収入の限界効用に何らかの影響をもつものだとすれば、教育の増加に伴いU<sub>1</sub>が増加すると信じるのが合理的だと思われる。このようにして教育を増すことはrを減らし、Pを増すことになるだろう。

最後に、次の二重の目的に役立つところの一連の変数を付け加えるように決められた。二重の目的とはすなわち：(1)消費単位がだんだん年を取るに伴って起こる消費の型における変化を説明すること、及び(2)群の就労水準における差異をある程度まで取り除くこと、である。若い消費単位は、よく耐久力のある品物に最初の投資をしたり、家屋に対する現金払いのために貯蓄したりするようである。同時に夫の収入は生活過程においてはもっと後になるであろうものには関係が低いようである。もし妻の労働力への加入が、その消費単位の生涯の収入と消費の型との間の差異を減ずるためだとすれば、子供の影響を処理した後は、古い消費単位における妻は、若い消費単位における妻よりももっと低い割合で、労働力に加入するだろうということが期待されることになる。

### 要約：テストさるべき仮定

この研究で現実に見積もられた関係は次のとおり。

$$(2.20) \quad \frac{PW}{H} = b_0 + b_1H + b_2R + b_3D_p + b_4D_m + b_5L + b_6C + b_7A + b_8N_c + b_9N_a \\ + b_{10}E_1 + b_{11}E_2 + b_{12}E_3 + b_{13}M_1 + b_{14}M_2 + b_{15}M_3 + b_{16}M_4;$$

そして

H, R, D<sub>p</sub>, D<sub>m</sub>, L, C, A, N<sub>c</sub>, 及びN<sub>a</sub>はすでに明らかにされている。

$$(E_1, E_2, E_3) = \begin{cases} (0, 0, 0) = \text{無教育} \\ (1, 0, 0) = \text{教育1—8年} \\ (0, 1, 0) = \text{教育9—12年} \\ (0, 0, 1) = \text{教育13年以上} \end{cases}$$

$M_1 = 4$  年以下の場合の結婚年数

$$(M_2, M_3, M_4) = \begin{cases} (0, 0, 0) = \text{結婚 1—4 年} \\ (1, 0, 0) = \text{結婚 5—9 年} \\ (0, 1, 0) = \text{結婚 10—20 年} \\ (0, 0, 1) = \text{結婚 20 年以上} \end{cases}$$

テストさるべき仮定は次のとおり：

$$(2.21) \quad \begin{aligned} b_1 - b_2 &> 0 \\ b_2 &< 0 \\ b_3 \quad b_4 &> 0 \\ b_5 &< 0 \\ b_6 &< 0 \\ b_7 &> 0 \\ b_8 &< 0 \\ b_9 &> 0 \\ 0 &< b_{10} < b_{11} < b_{12} \\ b_{13} &< 0 \\ b_{14} &< b_{15} < b_{16} < 0 \end{aligned}$$

そして関係値域にある  $W$  に対し、 $W = c + dH$ 、しかも  $H + R = K$  であるとしての仮定において

$$Wb_2 + 1 > 0 \quad ([2.2] \text{ に等しい})$$

$$\frac{1}{d} (b_0 + 2[b_1 - b_2]) \left[ \frac{W - C}{d} \right] + b_2 K \sum_{i=3}^{16} b_i X_i > 0 \quad ([2.3] \text{ に等しい}).$$

### 3. この研究に用いられたデータ

この研究に使用されたデータは、1954年の「消費者の財政の調査」(Survey of Consumer Finances)<sup>10</sup>から引用された。この調査は連合準備制度の理事局の指示のもとにシガン大学の調査研究センター (Survey Research Center) によって年々行なわれる。1月、2月及び3月初めに作成された1954年の実例は、3,000の消費単位の観察から成っており、そのうちの1,592がこの研究のために選ばれた。消費単位が省かれたのは、主としてそれが次の部類の一つ以上に該当したからである。すなわち：首位は農夫か隠退者あるいは失業者であった：消費単位が少なくとも夫婦で構成されていない：また関連をもった変数の一つ以上が確かめられていなかった。

調査研究センターによって用いられた負債、流動資産及び所得の解説は、この研究には満足すべきものであったが、しかしそのデータが二つの点において不適切であったことを心にとめておかねばならない。すなわち妻の就労に関する直接の情報が足りなかったし、また負債や流動資産が、事前よりもむしろ事後のものであった。

調査研究センターによって供給された重荷は、調査されている関係におけるヘテロセダスティシティ (heteroscedasticity) を減ずると信ずべき理由は少しもないために、加重されない観察を使えば十分だろうと決定された。

10. 「消費者の財政の調査」を行なうさい用いられた方法の論議に関しては Federal Reserve Bulletin 36, No. 7 (July, 1950年), “消費者財政の調査の方法” 795—809を見よ。その調査に用いられた定義 (解説) の論議に関しては J. B. Lansing, “調査に用いられた概念,” L. R. Klein, 編集, 「経済学への調査方法の貢献」(ニューヨーク・コロンビア大学定期刊行物, 1954年版) PP. 9—48を見よ。

#### 4. 統計の様式

この調査に用いられた統計様式は興味あるものである。何となれば、従属変数は、より上のまたはより下の限界によって制限される時にはいつでもだが、また従属の及び独立の変数間の関係が、独立変数のある範囲内に皆無である場合にも、適用できるからである。この統計様式も、これらの特質をもった関係を包含するということが、経済学の本来的な性質である。すなわち貯蓄は収入を越えることはあり得ないし、貯金引き出しは会社または消費単位の財産及び債権資源（貸方資産）によって制限されるし、消費者による購買品は負数ではあり得ないし、また労働力加入は負数ではあり得ず、肉体の耐える以上でもあり得ない。処理を含む決定は処理費のゆえに、広い中の小さな変化には無感覚であってもよからう。

就労の Non-negativity ということは、第2節に示された骨組の範囲内のことであるが、それは単に、消費単位によって達せられた無理な最大限度が、普通の最大限度より幾分苦しい立場であるかも知れないということの意味するにすぎない。  $r(H+R, 0) \geq W$  であるときにはいつでも就労率はゼロであるだろう。試料の中にある消費単位の3分の2については就労率はゼロである。

たとえ P が負数であり得るなんて感じはなくとも、もし2人の婦人が労働力に加わっていない場合、1人の方が他の者よりも労働力にはいることがより近いかも知れんということも明らかである。1人の婦人は彼女の賃金率がわずかでも増せば労働につくかも知れない；他の婦人は彼女の賃金率が十分に上がっても働くことに気が進まないかも知れない。次の関係

$$(4.1) \quad \frac{WP}{H} = b_0 + \sum_{i=1}^{16} b_i X_i$$

を単に再説明することだけで、働くことに気の進まぬことの指数をつくることは可能である。妻の就労率を決定するものとして独立変数の線形の（一次の）結合を説明する代わりに  $b_0 + \sum_{i=1}^{16} b_i X_i$  を妻の働く意欲の指数として考えてみよう。指数がプラス（正数）であるかゼロであるならば、その数字上の価値は妻の就労率に等しい；指数が負数であるならばそれは妻が労働力に加わることに気の進まぬことの測度（ものさし）である。もし、 $X_i$  の一定の価値について、指数から除外された要素に帰すべき指数 (I) からの偏差 (u) が手当たり次第のものでありかつ正常にゼロが平均かつ標準の偏差のに配分されるならば、妻の就労は次の如く決定される：

$$(4.2) \quad \begin{aligned} I &= b_0 + \sum_{i=1}^{16} b_i X_i + u, \\ \frac{WP}{H} &= 0 && (I - u < 0), \end{aligned}$$

$$\text{および} \quad \frac{WP}{H} = I - u \quad (I - u \geq 0).$$

こういう種類の関係を評価するための手順は Tobin により彼の “Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables”<sup>11)</sup> (制限された従属変数に対する諸関係の評定) の中で論議されており、また本論文の付録 B の中に略述されている。

11. J. Tobin, “Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables”, Cowles Foundation Discussion Paper NO. 3, Cowles Foundation. 1955年 (謄写印刷)

一つの重大な点がここで強調されねばならない。仮定された関係は線形（一次）のものであるのに、 $\frac{WP}{H}$  の期待値の軌跡は線形ではない。  $E(I|X_1, \dots, X_{16}) \neq E\left(\frac{WP}{H} | X_1, \dots, X_{16}\right)$  である

ことは、 $I$  に対して負の期待値を与える所の  $X_i$  の価値について容易に証明される。もし上に仮定された関係が正しいものであり、またもし通常の線形の回帰が適合するならば、推定は観察が集中された値域内で、 $\frac{WP}{H}$  の期待値の曲線の軌跡に接近するであろう。本論文の中にある調査中の種類の関係は明白に興味あるものであるが、それは、もしすべての消費単位をば、独立変数の違った値域に動かすような変化（すなわち、総計の出生率における増加）があるならば起こるだろうところの光明を投ずるかも知れないからである。この線形的接近はかような目的には値打ちのないものであろう。同じ点の今一つの面は、従属変数が制限されている所のデータに適合した線形回帰のパラメーター推定値（助変数評価）の中の  $time$  にかかわる一見重要らしい変化というものが、その基礎となる構造内の変化を示すものではなくて、単に独立変数の値域内における変化を示すものであるかも知れないということである。

要約すると：例にとった人妻の三分の二は、「1954年の消費者の財政の調査」が行なわれた時には労働力に参加してはいなかった。しかし働いていない婦人は、その意味では、労働力に加入することに接近することも（また加入することから速さかることも）あり得る。もしそうだとするならば、独立変数がゼロに集中するということは、次の事実の結果であるということを示すモデルを工夫することが必要である—その事実とは、すなわち、労働力参加というものは、それがすでにゼロである場合には、たとえ独立変数が参加低減の方向で変化しても、減りっこないということである。

## 5. 推定された関係の表示と説明

第4節および付録Bで論じられた手法を用いて推定された関係は次の如くである：

$$\begin{aligned}
 (5.1) \quad & I = .51908 - .00007056H - .0001246R + .0000336D_p \\
 & \quad (.225) \quad (.00000270) \quad (.0000179) \quad (.0000149) \\
 & + .0000101D_m + .0000226L - .96797C + .11879A \\
 & \quad (.00000518) \quad (.0000434) \quad (.0881) \quad (.0205) \\
 & - .06238N_c + .00238N_a + .33101E_1 + .40513E_2 \\
 & \quad (.0180) \quad (.0533) \quad (.159) \quad (.159) \\
 & + .47158E_3 - .13580M_1 - .69293M_2 - .75075M_3 \\
 & \quad (.161) \quad (.0455) \quad (.127) \quad (.125) \\
 & - 1.03989M_4, \\
 & \quad (.125) \\
 & \delta_u = .69862, \\
 & \quad (.0346)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5.2) \quad & \frac{WP}{H} = 0 \quad (I < 0), \\
 & \frac{WP}{H} = I \quad (I \geq 0).
 \end{aligned}$$

$H$  = 夫の全時間の賃金率

$R$  = 財産所得

$D_p$  = 対人（信用）負債

$D_m$  = 抵当（担保）負債

$L$  = 流動資産

$C = \begin{cases} 6 \text{ 歳以下の子供のない場合} & 0 \\ 6 \text{ 歳以下の子供のある場合} & 1 \end{cases}$

$A$  = 最年少の子供が6歳以下の場合のその年齢



そうでない場合 0

$N_c$  = 消費単位内の子供の数

$N_a$  = 消費単位内の成人の数

$$(E_1, E_2, E_3) = \begin{cases} (0, 0, 0) & \text{無教育} \\ (1, 0, 0) & \text{小学校(初等中学校)教育} \\ (0, 1, 0) & \text{高校教育} \\ (0, 0, 1) & \text{大学教育} \end{cases}$$

$M_1$  = 結婚5年以下の場合の結婚年数

$$(M_2, M_3, M_4) = \begin{cases} (0, 0, 0) & \text{結婚5年以下} \\ (1, 0, 0) & \text{結婚5—9年} \\ (0, 1, 0) & \text{結婚10—20年} \\ (0, 0, 1) & \text{結婚20年以上} \end{cases}$$

パラメーター(助変数)による推定値の下のカッコの中の数は推定標準誤差である。

この推定された関係が用い得られる用途が三つある。独立変数の値が仮定されれば、算定することが可能である：

1. 妻が就労することについての気乗り(または気乗りしないこと)の推定指数。これは単に  $I$  という数字上の価値とする。

2.  $I$  を与えられた場合の  $\frac{WP}{H}$  の推定期待値。  $E\left(\frac{WP}{H} | I\right)$  を算定するための公式並びに  $E$  を  $I$  の関数だとした場合の表は、付録Cの中で示される。ばくぜんと言えば、 $I$  は希望的就労率を示すものである。現実的就労はしばしば効力のある低い方の制限に支配される。またたまにしか効力のない高い方の制限にも支配される。このことは、観察された就労率の分布状態が上の方へ曲がっていることを意味し、また平均的就労率は希望的就労率よりもっと高いだろうということを意味する。例えば  $I$  がネガティブである場合でも  $\frac{WP}{H}$  の平均値はゼロより少ないはずのないことが明らかである。

3.  $\frac{WP}{H}$  がゼロより大きいだろう所の消費単位の推定比率：すなわち、労働力に入るだろう所の婦人の比率。この比率と  $I$  との関係は付録Cの中に表にしてある。

第2節の中に公式で示されている仮定は、(1)就労指数、(2)  $\frac{WP}{H}$  の期待値、あるいは(3)就労するであろう婦人の比率、に及ぼす関連変数の効果に関する仮定として考えられ得る。これは、(2)及び(3)ともに、(1)の単調な増加関数であるという理由であり得ることだ。

テストされた仮定のうち、二つだけはデータによって立証されなかった。成人の数を増すことの効果は、指数の数的価値を増すものであるとはいえ、 $N_a$  の係数はゼロとそう大した違いはない。  $L$  の係数は統計的には無意味である。そして係数の記号はポジティブ(プラス)である。(それはネガティブ〔負〕であると仮定された)。  $L$  の期待効果は  $R$  の係数中に含まれるかも知れない。  $R$  は少数のくり返しが完了してから後に関係に引き入れられたものである。  $R$  が引き入れられる前には、  $L$  の係数はネガティブであり比較的大きかった。類推によれば、次のことが仮定されるかも知れない、すなわち  $D_p$  と  $D_m$  とは、利益を得て、利子や割賦償却金による現在の所得に対する負債請求権を表わす数字と指数内で取り換え得られるだろうということである。

他のあらゆる場合において、係数は期待符号に関するものであり、.05 という重要性の高さでもってゼロとは著しく違っていた。この適切な一列式テスト(one-tail test)は各場合に用いら

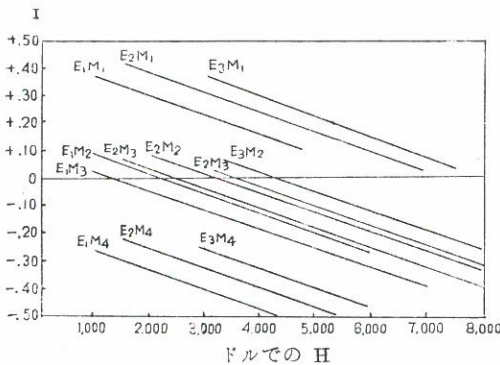
れた。しかしながら、係数が統計上重要であるとするには十分でない。この大きさの例をもってするならば、極端に小さい係数なら統計上十分意味があるであろうが、しかし、独立変数の関連値域内における変化は従属変数に評価し得るほどの何らの変化をも引き起こさないであろうために、実質上は興味ないものである。例えば、 $N_a$  の係数の場合においては、たとえ標準誤差が非常に小さいものであり、そのため、その係数が統計上意義があるとしても成人の数を5だけ増すということはほんの .01 しか  $I$  を増さないであろう。これは  $E(\frac{WP}{H})$  の値値にあつてはなおさら小さい増加を示すにすぎない。

この研究が行なわれた時、人口統計学的変数と比較してみても、経済的変数は妻の（または消費単位の）就労についての決定について、ほとんど説明できなからうと気づかれた。経済的変数が重要な効果をもつらしいことを報告できることは喜ばしいことである。

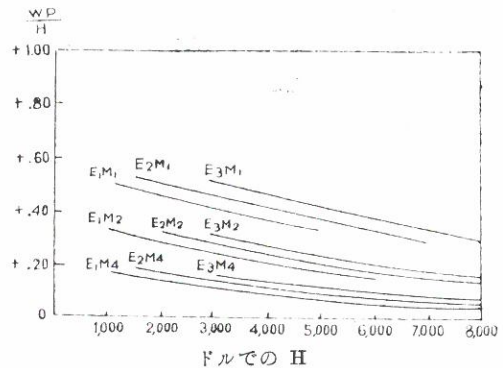
### 夫のもうけた所得 $H$ の効果

第6図は  $H$  と  $I$  との関係を示す。  $R, D_p, D_m, L, C, A$  及び  $N_c$  はゼロであり、そして  $N_a$  は2である。関係は教育12年の結婚したグループの各々について図式で示されている。そして各々のグループに対する線の値域は  $H$  の関係値域に反映している。関係値域は各グループにおける観察報告の約95%を含むように選ばれた。  $M_1$  を含むグループにおいて  $M_1$  は3に等しいことが仮定される。すべてのグループが同一の傾斜をもつという事実は、もちろん、単純な線形の仮定の結果である。

第7図は  $H$  と12グループのうち九つについての  $\frac{WP}{H}$  の期待値との関係を表わしている。  $M_3$  グループは単に、もっと読みやすくなるようにこの図から取り除かれた。これは観察のできる行動を表わすところの関係であるから、この関係からこそ人は  $H$  の重要性について判断を下さねばならぬ。大抵のグループにあっては、  $H$  の値域を越える  $\frac{WP}{H}$  の期待値において .2 の下落がある。



第6図  $H$  を与えられた時の  $I$  の推定期待値

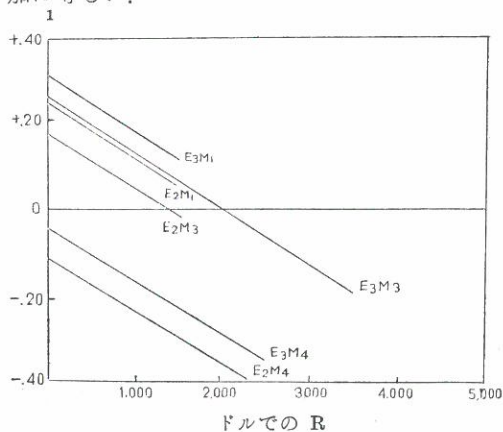


第7図  $H$  を与えられた時の  $HWP$  の推定期待値

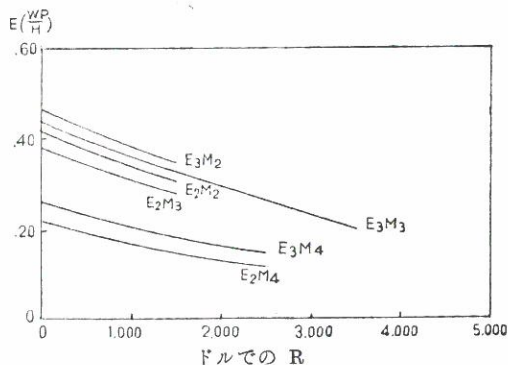
12グループの間における全般的就労標準の相違は、教育や結婚年数の重要性について何らの疑いを許すことはなからう。結婚年の効果は注意して判断されなくてはならぬことを記憶せねばならない。推定パラメーターが生活過程の効果について何物かを示すという事はあり得ることであるが、また相違が主として群就労率における相違によるものだということもあり得ることである。

## 財産所得 R の効果

図表 8<sub>a</sub> 及び 8<sub>b</sub> は、それぞれに、財産所得における変化が、教育 8 年の結婚グループについて I 及び  $E\left(\frac{WP}{H}\right)$  に及ぼす効果を示す。一番低い教育グループは、これらのグループにおける R の値域が全く狭いため示されていない。第 8 図は、6 及び 7 図と同じスケールに線が引かれているので、H における変化の効果と R における変化の効果と比較することができる。第 8 図を引くために、すべての変数は 6 及び 7 図におけると同じ値を有すると仮定されたが、H はゼロであると仮定されている。仮定された如く、減少する I 及び  $E\left(\frac{WP}{H}\right)$  における R の効果は、H の効果よりも大である。これは W と H との間の相互関係の故である。横断面では、H における増加は W における増加を意味するので、増加する H の収入効果は W における関連増加の代入効果によって幾分緩和されるだろうと期待される。R における増加は、W が不変である間は H における増加に等しい。



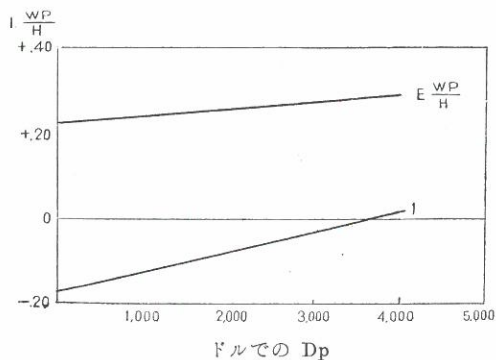
第 8 図 R を与えられた時の I の推定期待値



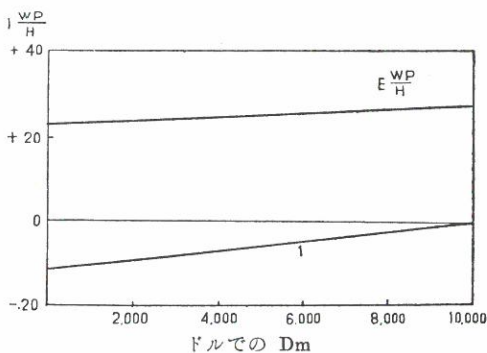
第 8 b 図 R を与えられた時の  $\frac{HW}{P}$  の推定期待値

## 対人（信用）及び抵当（担保）債務の効果

9 及び 10 図は対人（信用）及び抵当（担保）債務における変化の影響を示す。二つの図のために  $H = \$5,000$ ; R, L, C, A, 及び  $N_c$  はゼロである;  $N_a$  は 2 であり、そして  $E_2$  と  $M_2$  はともに 1 である。第 9 図において、 $D_m$  はゼロであり、また第 10 図において  $D_p$  はゼロである。これら



第 9 図  $D_p$  を与えられた時の 1 と  $\frac{HW}{P}$  の推定期待値

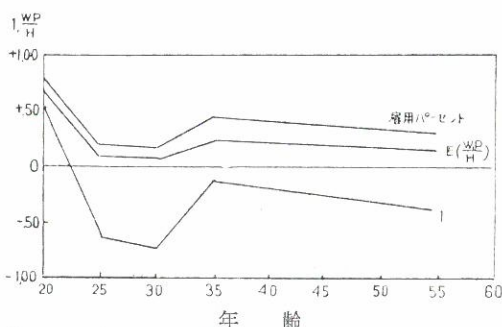


第 10 図  $D_m$  を与えられた時の 1 と  $\frac{HW}{P}$  の推定期待値

二つの変数は、統計上の説明用変数の最も力の弱いものである。もし事前 *ex ante* の対人債務を用いることが可能であるならば、その評価係数はいつそう大きいかも知れない。消費単位というものは事後 *ex post* の対人債務を持つようなことは少ししかないであろう。何となれば、妻が働いているのは、まさにそれを返済してしまうためだからである。抵当債務の係数は、抵当なるものが通例収入に大きい関係があるということだけから、事前の抵当債務の効果のよき評価となるものらしい。抵当債務の係数は別の理由から疑わしい。抵当の大きさは多かれ少なかれ生活過程に密接に関係している。消費単位は通常、彼らが若い時に家を買ひ、そして長期間にわたってその払いをすませるものである。抵当債務の係数は、それが結婚年齢に原因する変数によって取り払われるだろうような効果を示すほど負債そのものの効果の正確な評価を与えるものではない。

## 仮定の生活過程

第11図は仮定の消費単位的生活過程を表わす。X軸線は妻の年齢を計る。彼女は20で結婚し、3年後に第1子をもち、さらにその4年後に第2子をもつ。彼女の夫は彼らの結婚当時 \$3,000 をかせいでおり、その収入は彼女が30になる時まで \$4,000 に上がり、その後は変わらないままである。ゼロから出発して彼らの財産収入は、彼らの生涯を通じ年 \$5 の割合でのぼる。彼らは結婚の最初の年のうちに \$500 の信用借りを



第11図 生活過程及び合計の就労率を通じ、仮定の消費単位についての  $I$  及び  $\frac{WP}{H}$  の推定期待値

は結婚の最初の年のうちに \$500 の信用借りをすする。5年後には、それは \$1,500 にのぼり、そしてそれは彼女が50歳になる直後まで同じ数字を続ける。その時 \$1,000 に落ちる。彼らは彼女が25の時 \$10,000 の抵当債務を負ひ、そして彼らはそれを年 \$500 の割合で継続して全部を返済する。彼らはゼロの流動資産で出発し、年々 \$20 の割合で蓄積する。彼らの親は彼らと一緒に住むために来るようなことは決してしない、そして彼女の夫は高校教育を有している。

グラフ上の点は年齢 20, 25, 30, 35, 及び 55 歳について計算された。35歳と55歳との間の点を計算しない理由は、純粋に美学的のものである。機械的には、20歳を越えて結婚した場合の効果は妻が40歳に達するや否や感じられる。これはデータの性質や推定された関係の必然の形態の所産である。20歳を越えて結婚したことの推定効果をもっと長い期間の全長にわたって振り分ける方がより合理的のようだ。

$\frac{WP}{H}$  がゼロよりも大きい、そのような消費単位の割合を示す半端の線は、もし比較が、この研究の結果と第1節で論じられた総合データとの間に行なわれるならば、興味がある。根拠のある正当な比較をするためには、集団を代表する1組の生活過程を計算し、かつこれを集計することが必要となろう。例えば、その夫が \$3,000 をもうける、そして子供のない20歳の婦人全部の約80%は労働力に加わるものと期待されていることを注意せよ。この数字と労働力に加わっている20歳の婦人の現実の比率との間が一致していないことは、幾分は多くの結婚した20歳の婦人がすでに子供をもっているという事実に基づいている。この仮定の婦人が、35歳になったとき、彼女はいつそう集団の代表的なものであるように思われる。35歳になった時に就労するというような婦人の割合は .4 ほどである。1955年における35歳の婦人についての総就労率は約40%であった。

夫のかせいだ収入Hと妻のかせいだ収入Wとの間の相互関係

夫と妻の賃金割合の間に相関関係があるという仮定を裏書する証拠を得ることは困難であった。夫のもうけた収入に対する妻のもうけた収入についてのセンサスの表があるが、しかし妻のもうける収入は、彼女の賃金率と同じく彼女の就労率によって決せられるため、これらの表は賃金率間の関係についての仮定を裏付けるのには役立ち得なかった。それでもある間接の証拠を得ることは可能であった。第2表は現在の集団の例を基礎として「センサス局」によってなされた作表の結果である。O<sub>h</sub>とO<sub>w</sub>とは、それぞれ夫と妻の職業であると決めよう。第2表は P<sub>r</sub>(O<sub>w</sub>|O<sub>h</sub>)を示す。職業グループの各々における男女双方に対する中位の全時間労賃を得ることは可能であった。ある単純化の仮定を作るという方法をとれば、夫と妻の賃金率の間の関係に、何か光明を投げかけることが可能である。

第2表 夫の職業に対する就業している妻の職業：1956年3月

妻の職業と中位の全時間賃金	夫の職業と中位の全時間賃金							
	専門的 技術的 及び 類似の 労働者 \$5668	管理人 公務員 及び 所存者 (農場除く) \$5477	事務員 及び 類似の 労働者 \$4248	販 売 労働者 \$5205	技芸家 職 長 及び 類似の 労働者 \$4766	職 工 及び 類似の 労働者 \$4117	サービ ス 労 働 者 \$3674	労働者 農場 及び 鉱山 除く \$3104
%	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
専門的、技術的及び類似の労働者 \$3559	32.1	9.5	12.3	13.3	10.4	6.7	5.5	2.5
管理人、公務員及び農場を除く所存者 \$2851	4.1	17.3	2.9	9.7	3.4	3.0	4.2	2.2
事務員及び類似の労働者 \$3109	39.7	36.2	43.4	44.9	31.3	21.2	24.1	14.2
販売労働者 \$3099 <sup>a</sup>	8.0	17.0	11.4	14.1	10.1	9.9	4.9	3.3
技芸家、職長及び類似の労働者 <sup>b</sup>	0.4	1.8	1.1	1.2	2.1	1.4	1.1	1.9
職工及び類似の労働者 \$2532	9.0	8.6	15.3	5.9	24.2	32.7	18.8	29.0
サービス労働者 \$1769	6.4	9.1	13.7	10.6	18.0	24.7	41.4	43.8
労働者、農場と鉱山を除く	0.3	0.5	—	0.3	0.5	0.5	—	3.1

a 概 算

b 利用できない

出所：合衆国，センサス局，現在人口調査，中位の全時間労賃についての未公表の表，センサス局の“現在人口報告”シリーズ P-60, No. 23 (1956年11月)

次のように仮定せよ。すなわち，

$$(5.3) \quad \text{中央値 } (X | O_x) = E(X | O_x)$$

及び

$$(5.4) \quad E(W | O_w, O_h, H) = E(W | O_w).$$

これらの仮定の第1は、収入配分のハッキリわかった食い違いのために、明らかに不正確である。第2の仮定(5.4)は、いかなる証拠によっても裏付けられないけれども、恐らくWとHとの間の関係を論証するための控え目の仮定であるだろう。仮定(5.4)は、一たん妻の職業がわかれば、彼女の夫の職業や賃金率に関する情報は、彼女の賃金率の説明には何のたしにもならないだろうということの意味する。(5.3)及び(5.4)とすれば

全  $O_h$  に対し

$$(5.5) \quad E(W|O_h) = \sum_{ow} E(W|O_w) \cdot P_r(O_w|O_h)$$

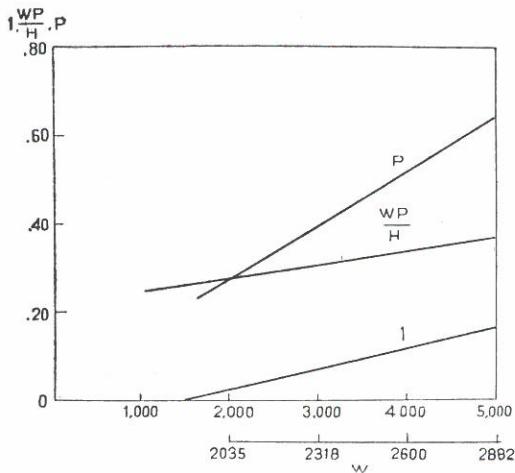
を得ることが可能である。

$E(H|O_h)$  がわかっておるため、一連の点 ( $E[W|O_h], E[H|O_h]$ ) を得ることが可能である。(曲線の) 回帰がこれらの点にピッタリ合っており、それで次の関係が得られた：

$$(5.6) \quad E(W|O_h) = 1,470 + .2825 E(H|O_h).$$

これはばくぜんとながら  $H$  上への  $W$  の回帰だと了解している。

第12図は  $H+R=\$5,000$  である場合の  $I, E(\frac{WP}{H})$  及び  $P$  に及ぼす  $W$  における変化の効果を表わしている。この消費単位は、負債も、流動資産も、また子供ももたないものと仮定される。 $E_2$  は 1 に等しくそして  $M_1$  は 3 に等しい。  $P$  と  $W$  との関係は、妻の労働に対する供給カーブ (supply curve) と了解され得よう。  $I$  は  $H+R=\$5,000$  の結合として計算され、 $E(\frac{WP}{H}|I)$  は計算し、しかも  $\frac{H}{W}$  を乗ずるのに (5.6) を用いて  $P$  に変えられた。三つの曲線がすべてキッパリと傾斜しているという事実は、第二節への要約の中に載せられている最後の仮定を裏書している：すなわちそれは、妻の賃金率に伴う収入の派生物はプラスであるということである。妻の賃金率における増大は就労を増すゆえに、総計の消費単位収入における変化がプラスとなるだろうということは、 $W$  がプラスであるという事実から生ずる。



第12図 1.  $\frac{HW}{P}$ , 及び  $P$  に及ぼす  $W$  及び  $H$  の推定効果

4. 6歳以下の子供があることは就労を減ずる。 ( $b_6 < 0$ )
5. 就労は子供が大きくなるに従って増す。 ( $b_7 > 0$ )
6. 就労は子供の数が増すに従って減る。 ( $b_8 < 0$ )
7. 就労は教育が増すに従って増す。 ( $0 < b_{10} < b_{11} < b_{12}$ )
8. 就労は結婚年数が増すに従って減る。 ( $0 > b_{13} > b_{14} > b_{15} > b_{16}$ )
9. 夫の賃金における増大は、消費単位の収入を増す。 ( $Wb_2 + I > 0$  関連値域における  $W$  に対し)
10. 妻の賃金を増すことは、消費単位の収入を増す。この最後の仮定は、若干注意して解釈されねばならない。この仮定が第2節で述べられたとき、 $W$  は妻が現実に就労しているほど十分大きくなくてはならないということが条件として要求された。もし妻が就労していないならば、こ

### 仮定検討の要約

第2節に示された仮定のすべては、 $N_a$  が増加すれば就労が増すであろうという仮定及び  $L$  における増加が就労を減ずるであろうという仮定のほかは、データによって立証された。データによって立証された所の仮定は次の通り。

1.  $R$  における増加は、 $H$  における増加より以上に就労を減ずるであろう。 ( $b_1 - b_2 > 0$ )
2. 財産収入における増加は、就労を減ずるであろう。 ( $b_2 < 0$ )
3. 負債は就労を増すが、しかも対人 (信用) 負債の方が抵当 (担保) 負債より以上に就労を増す。 ( $b_3 > b_4 > 0$ )

の仮定は無意味である；彼女の賃金率における変化は、彼女が彼女の就労を減らすことができない場合には、消費単位の収入を減らすわけにはいかないからである。この仮定をテストするためには、観察のできる行動における変化——すなわちWにおける変化から生ずる所の $\frac{WP}{H}$ の期待値における変化、を検討してみる必要がある。Eを $\frac{WP}{H}$ の期待値であるとしよう。Wに伴うEの派生物が次の如くプラス positive のものであることは証明が可能である：

$$(5.7) \quad \frac{\partial E}{\partial W} = \frac{\partial E}{\partial I} \cdot \frac{\partial I}{\partial W}$$

Iに伴うEの派生物が positive (付録Cを見よ) であるので、Wに伴うIの派生物が positive であるということを示すだけで十分である。(5.6)によれば、Wに伴うIの派生物は

$$(5.8) \quad \frac{b_1 - b_2}{d} = \frac{.0000540}{.2825} > 0$$

である。

Wはゼロより大きいので、このことはWにおける増加が、 $\frac{WP}{H}$ は妻の就労の率の適切なモノサンであるという条件で、Yを増加するだろうということを示すに十分である。

### 推定された関係の評価

推定された関係の有用性を評価するにあたってなされねばならない条件は次の通り：

1. 用いられた従属変数が不適當であることは、関係が平均の個人的就労率を正確に予告できるということを極度に見込み薄にしてしまう。
2. WとHとの間の推定された関係は上に記された理由から怪しいものである。そしてこのことが明らかである限り、第1の条件を緩和する役には立たない。
3. Iと独立の変数との間の関係は、線形付加的 linear and additive であると仮定された。よりよいデータが得られるならば、もっとこじつけた仮定でも、関係の予告的価値を増進するように式で示されたり、また検討され得るだろう。
4. 生活過程に密接に関連した変数の効果は、次ぎ次ぎの年に取り上げられた一連の実例を使って吟味されるべきである。たった一つの横断面のありそうな不適當性は第1節で論議された。
5. 妻が就業するかも知れないマーケット間を区別したり、また妻の訓練や以前の職業経験についての情報を得ることは望ましいことであろう。

この研究の価値は二重である：

1. 妻が働くことを決定することと、一連の人口統計学的かつ経済的変数との間に敏感に反応しやすい関係があることは明らかである。この調査の結果は、もっと精密な一体のデータを得かつ分析するのはムダではないということを暗示する。
2. この関係は、 $\frac{WP}{H}$ がゼロより大きい消費単位の比率を概算するのに役立つ。これは第1節で明確にされた総計の就労率としてハッキリ了解され得る。かような関係がどのように有用であり得るかの例は次の如くである：1930年の例では、夫たちがその職業を失ったり、あるいは給料を引き下げられたりした時婦人が労働力に加わったがために失業が増加したその程度については若干疑問があつた。このような立場において、いかに多くの失業婦人が、その夫がより多く金をもうけ始めた時には労働力から去るだろうかということを知るのは有用なことだ。これはキッチリと賃金率の配分や、他の関連した独立変数を定められれば、妻の総計の就労率を概算して

みることによって答えの得られる種類の問題である。

## 結 論

この研究の材料は、強く次の一般的な仮定を裏付けている。すなわち妻が働くことを決定するのは彼女がそのメンバーである消費単位のごくわかりよい経済的及び人口統計学的特徴によって左右されるということである。この分析から得られた数字的概数は限られた有効性のものであるとはいえ、これらの概数は少なくとももっと進んだ研究調査を行なえばもっと効果の多いものとなるだろうという方向をさし示すものである。もっと精密なデータをもっと徹底的に分析すれば、消費単位の活動のこの面に有用かつ興味ある洞察を与えるものと信ずべき理由がある。

## 付 録 A

### モデル

(A. 1)  $U=U(Y, P)$

及び

(A. 2)  $Y=H+R+WP'$

無理な最大限度に対する条件は

(A. 3)  $U_p+WU_y=0$

と

(A. 4)  $U_{pp}+2WU_{yp}+W^2U_{yy}<0$ .

とである。

HとRとは、今あるがままのモデルの中では同一の役目を演ずるため、Rはゼロに等しいものとなるだろう。Wを不変なものとしてHに関して微分すると

(A. 5)  $\frac{\partial Y}{\partial H}=\frac{WU_{yp}+U_{pp}}{\Delta}$

と

(A. 6)  $\frac{\partial P}{\partial H}=\frac{U_{yp}+WU_{yy}}{\Delta}$ .

Hを変わらぬものとしてWに関して微分すると

(A. 7)  $\frac{\partial Y}{\partial W}=\frac{U_p+P(WU_{yp}+U_{pp})}{\Delta}$

と

(A. 8)  $\frac{\partial P}{\partial W}=\frac{U_y+P(U_{yp}+WU_{yy})}{\Delta}$

その場合  $\Delta=(A. 4)$ .

$U_{yy}$  と  $U_{pp}$  とは両方とも (A. 4) からネガティブであることが証明され得る、したがってただ  $U_{yp}$  の記号だけが疑問になる。もし  $U_{yp}$  がポジティブであるならば、可能なものが三つある：

(A. 9)  $WU_{yp}+U_{pp}>0,$

(A. 10)  $U_{yp}+WU_{yy}>0,$

もしくは

(A. 11) (A. 9) 及び (A. 10) とも  $<0$

(A. 9) と (A. 10) とが同時に持ちこたえることができないことは容易に証明できる。

(A. 10) にWを掛け、(A. 9) を加えよ。  $W>0$  であるため、総計はゼロより大きくなるだろう。



しかしこれは (A. 4) に矛盾し、したがって本当ではあり得ない。

もし (A. 9) が存立するならば、Y は下等な利益である。インディファレンス・カーブの傾斜は

$$(A. 12) \quad r(Y, P) = -\frac{U_p}{U_y}$$

である。

Y を変わらぬものとして P に関して微分すると、一定の最大限度において、

$$(A. 13) \quad \frac{\partial r}{\partial P} = -\frac{WU_{yp} + U_{pp}}{U_y}$$

このようにして、もし (A. 9) が持続するならば、P が増大するに従い、P における増加が Y における増加によって償われねばならぬ割合を減ずるのである。

もし (A. 10) が持続するならば、レジャーは下等な利益である。

$$(A. 14) \quad \frac{\partial r}{\partial Y} = -\frac{U_{yp} + WU_{yy}}{U_y}$$

このようにして、もし (A. 10) が持続するならば、Y を増すことは、P における増加が Y における増加によって償われるに違いない割合を減ずるのである。ここで次のような記号表を案出することができる：

も し も

その時	収入とレジャーが 正常な利益である ならば	収入が下等な利益 であるならば	レジャーが下等な 利益であるならば
$\frac{\partial Y}{\partial H}$	+	-	+
$\frac{\partial P}{\partial H}$	-	-	+
$\frac{\partial Y}{\partial W}$	+	±	+
$\frac{\partial P}{\partial W}$	±	±	+
$\frac{\partial P}{\partial W} - \frac{\partial P}{\partial H}$	+	+	±

#### モデルの修正

次のことを仮定せよ

$$(A. 15) \quad W = a + bH;$$

すると

$$(A. 16) \quad \frac{\partial Y}{\partial H} = \frac{b(U_p + P[WU_{yp} + U_{pp}]) + WU_{yp} + U_{pp}}{\Delta}$$

及び

$$(A. 17) \quad \frac{\partial P}{\partial H} = \frac{b(U_y + P[U_{yp} + WU_{yy}]) + U_{yp} + WU_{yy}}{\Delta}$$

R がゼロに等しいという仮定を捨てると、

$$(A. 18) \quad \frac{\partial Y}{\partial R} = (A. 5)$$

及び

$$(A.19) \quad \frac{\partial P}{\partial R} = (A.6).$$

そこでこんどは次のことが知られる,

$$(A.20) \quad (A.15) - (A.17) = b(A.7)$$

及び

$$(A.21) \quad (A.16) - (A.18) = b(A.8).$$

## 付 録 B'

### 統計的モデル

$P(x)$  が単位正規分布関数の値であると限定すると,  $Q(x) = 1 - P(x)$ , そして  $Z(x)$  は単位正規密度関数の値である.

$$(B.1) \quad I = \sum_{i=0}^{16} b_i X_i + u \quad (X_0 \text{ は常に } 1 \text{ に等しいものであると限定される}).$$

$$(B.2) \quad \frac{WP}{H} = 0 \quad (I - u < 0)$$

そして

$$(B.3) \quad \frac{WP}{H} = I - u \quad (I - u \geq 0)$$

その場合  $u$  は正常にゼロの中位かつ標準偏差  $\sigma$  を配分される.

$$(B.4) \quad \Pr\left(\frac{WP}{H} = 0 \mid I\right) = \Pr(u > I) = Q(I/\sigma)$$

そして

$$(B.5) \quad \Pr\left(\frac{WP}{H} > x \geq 0 \mid I\right) = \Pr(u < I - x) = P([I - x]/\sigma).$$

$I$  を与えられた時の  $\frac{WP}{H}$  に対する分布関数は

$$(B.6) \quad \begin{aligned} F(x; I) &= 0 & (x < 0) \\ F(x; I) &= Q([I - x]/\sigma) & (x \geq 0) \end{aligned}$$

である.

密度関数は

$$(B.7) \quad f(x; I) = (1/\sigma)Z([I - x]/\sigma) \quad (x > 0)$$

である.

計算を単純化するために, 従属変数の係数についてでなく  $\sigma$  について正規通りにするのが便利である. このようにして (B.1) は次のように書きかえられる.

$$(B.8) \quad b' I = I' = \sum_{i=0}^{16} b'_i X_i + u'$$

その場合,  $b'_i = b_i/\sigma$  と  $b' = 1/\sigma$ . 誤差の項  $u'$  は単位あたり正常に配分されている. 分布関

1. この付録は, あらましの形において, Cowles Foundation Discussion Paper No. 3 の中で, J. Tobin によりここで検討されている問題にまで及んで記述された統計学的モデルの応用についての紹介である. プロフェッサー Tobin に対する著者の自う恩義が重いものであることは Discussion Paper No. 3 を見た人にはたれにも明白であろう.

数  $F$  は  $x=0$  において <sup>mass point</sup> 質点 をもっている. それゆえ, 見込みの関数を形成するに当たっては, そこでは  $f$  が決定されないそのマス・ポイントにおける観測報告と, それで  $f$  が決定され

る観測報告との間を区別することが必要である。最初の1,067が限定観測報告であるために1,592の観測報告を数えてゆくとサンプルの見込みは

$$(B. 9) \quad \phi(b', \hat{b}'_0, \dots, \hat{b}'_{16}) = \prod_{i=1}^{1,067} F(O; I'_i) \cdot \prod_{i=1,068}^{1,592} f\left(\frac{W_i P_i}{H_i}; \hat{I}'_i\right) \\ = \prod_{i=1}^{1,067} Q(\hat{I}'_i) \cdot \prod_{i=1,068}^{1,592} \hat{b}' Z(\hat{I}'_i - \hat{b}') \left(\frac{W_i P_i}{H_i}\right)$$

である。

$\phi$  の自然の対数は

$$(B. 10) \quad L(\hat{b}', \hat{b}'_0, \dots, \hat{b}'_{16}) = \sum_{i=1}^{1,067} \ln Q(\hat{I}'_i) + 525 \ln \hat{b}' - (525/2) \ln 2\pi \\ + \sum_{i=1,068}^{1,592} (\hat{I}'_i - \hat{b}') \frac{W_i P_i}{H_i}$$

である。

$\hat{b}'_k (k=0, \dots, 16)$  と  $\hat{b}'$  に関して  $L$  の派生物をとりそれをゼロに等しいとすると、

$$(B. 11) \quad L_{bk} = - \sum_{i=1}^{1,067} \frac{Z(\hat{I}'_i) X_{ki}}{Q(\hat{I}'_i)} - \sum_{i=1,068}^{1,592} (\hat{I}'_i - \hat{b}') \frac{W_i P_i}{H_i} X_{ki} = 0 \\ (k=0, 1, \dots, 16)$$

$$L_b = 525/\hat{b}' + \sum_{i=1,068}^{1,592} (\hat{I}'_i - \hat{b}') \frac{W_i P_i}{H_i} = 0.$$

この等式(方程式)のシステムは、非線形であるので、 $(\hat{b}', \hat{b}'_0, \hat{b}'_1, \dots, \hat{b}'_{16}) = \hat{B}'$  の数値を求めるにはある種のくり返しの手順を用いることが必要である。用いられた手順は Newton の方式だ、それはある点  $\hat{B}'_0$  において  $L$  と同じ第1及び第2の派生物を伴う二次方程式をもって  $L$  にほぼ近似した方式である。この二次方程式は  $\hat{B}'_1$  を得るために極大化され、そして第1及び第2の派生物はこの新しい点において数値が求められる。手順は  $n$ th から  $(n+1)$  st のくり返しまでの助変数評価における変化が十分小さく(すなわち、系数評価の標準的誤差に関して小さく)なるまでくり返される。最初の評価は線をもって関数  $-Z(x)/Q(x)$  に近づけそして  $\hat{B}'_0$  に対する方程式(B.11)のシステムを解くことによって得られた。 $L$  の第2派生物は

$$(B. 12) \quad Lb'_k b'_i = \sum_{i=1}^{1,067} X_{ki} X_{ti} \left( \frac{Z(\hat{I}'_i)^2}{Q(\hat{I}'_i)^2} - (I'_i) \frac{Z(\hat{I}'_i)}{Q(\hat{I}'_i)} \right) - \sum_{i=1,068}^{1,592} X_{ki} X_{ti} \\ (k, t=0, 1, \dots, 16)$$

$$Lb'_k \hat{b}' = \sum_{i=1,068}^{1,592} X_{ki} \frac{W_i P_i}{H_i} + \frac{525}{\hat{b}'^2} \quad (k=0, 1, \dots, 16)$$

$$L\hat{b}' \hat{b}' = - \sum_{i=1,068}^{1,592} \left( \frac{W_i P_i}{H_i} \right) - 525/\hat{b}'^2$$

である

$M$  を  $L$  の第2派生物のマトリックス(行列)に、そして  $v$  を第1派生物のベクトル(動径)としよう。 $\hat{B}'$  に対する  $(n+1)$  st の近似値はマトリックスの方程式を解くことによって  $n$ th から得られる。

$$(B. 13) \quad M(\hat{B}'_{n+1} - \hat{B}'_n) = -v.$$

上述した種類の問題を解くことができた IBM 650 Magnetic Drum Data Processing Machine に対する計算のプログラムは次の如く立案された:

1. 従属変数の制限値はどんな数でも(ゼロなどではなく)あり得る。
2. 従属変数の制限値はサンプルの範囲内で観察から観察へと変わることができる。
3. 算定され得る助変数の最大限の数は20である。

4. 処理され得る観察の数に制限はない。

しかしながら、観察はあらゆる観察がそれぞれくり返されて処理されねばならないということは注意せねばならない。(18の助変数について) 各々の観察はくり返しごとに計算時間11秒を必要としたので、計算費用は無視できない。

5. プログラムの中間の産物は

$$M_n, v_n, M^{-1}_n, \hat{B}'_{n+1} - \hat{B}'_n, \text{及び } \phi(\hat{B}'_n)$$

である。

助変数概数の変化と相互変化の概算はLが最大数にあるとき数値を求められた第2の派生物の反数(逆元)マトリックスのネガティブから得ることができる。第3表は、最初の試験的値、助変数概数に対する中間的近似値、各々のくり返しに対する $\phi$ の値、助変数の最終的概数、及び助変数概数の推定標準誤差を与える。ここで調査されている所の関係の係数を得るために、 $\hat{b}'$ によってあらゆる助変数概数を割ることが必要である。変数CとRは第5の反復までは導かれなかった。計算のプログラムは助変数概数におけるより多くの数字を得るために、第2の反復のあとに再びはかりかえられた。問題に対する合計の機械時間は、約175時間(プログラムをたてるのに約50時間と計算に125時間と)であった。 $\phi$ は各反復ののち旧・新 $\hat{B}'$ 間の数点で評価された、そして最高の見込みを与えた点は、次の反復において用いられた。数個の場合においては、フル・ステップより幾分少ない方がフル・ステップよりよいことを証明した。しかし最後の三つの反復ではフル・ステップがとられた。

第3表  $B'$  の中間及び最終の評価

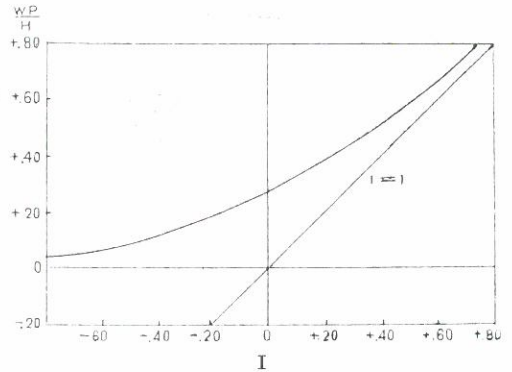
	$\hat{B}'_0$	$\hat{B}'_1$	$\hat{B}'_2$	$\hat{B}'_3$	$\hat{B}'_4$	$\hat{B}'_5$	$\hat{B}'_6$	$\hat{B}'_7$
$\hat{b}'$	2.0	1.4	2.79	1.8980	1.5128	1.3522	1.3946	1.6421
$\hat{b}'_0$	1.342	1.442	1.442	.82332	.85292	.73844	.76060	.48595
$\hat{b}'_1 \times 10^5$	0.0	-3.0	-4.0	-4.42	-4.638	-5.152	-5.633	-5.941
$\hat{b}'_2 \times 10^5$	—	—	—	—	—	-2.24	-4.14	-5.56
$\hat{b}'_3 \times 10^5$	0.0	0.0	34.0	14.13	8.49	5.93	4.71	3.99
$\hat{b}'_4 \times 10^5$	0.0	0.0	24.0	13.39	8.67	5.87	4.26	3.26
$\hat{b}'_5 \times 10^5$	0.0	0.0	-7.0	-6.076	-5.384	-4.310	-3.485	-2.841
$\hat{b}'_6$	—	—	—	—	—	-.35942	-.63141	-.71515
$\hat{b}'_7$	-.032	-.048	-.048	-.05948	-.07169	-.00788	.03722	.05913
$\hat{b}'_8$	-.059	-.103	-.128	-.16363	-.13007	-.11298	-.09560	-.08848
$\hat{b}'_9$	.014	-.316	-.316	-.24404	-.17888	-.12670	-.09394	-.06722
$\hat{b}'_{10}$	-.062	.052	.053	.46521	.44579	.42632	.42335	.42130
$\hat{b}'_{11}$	-.077	.045	.045	.52654	.50870	.49014	.49082	.49028
$\hat{b}'_{12}$	.037	.142	.143	.61196	.61404	.59262	.59482	.57882
$\hat{b}'_{13}$	-.164	-.236	-.245	-.20235	-.22495	-.20402	-.20374	-.16788
$\hat{b}'_{14}$	-.708	-1.038	-1.038	-.89444	-.95267	-.90428	-.92895	-.81069
$\hat{b}'_{15}$	-.518	-.788	-.789	-.68667	-.76373	-.81727	-.90771	-.81355
$\hat{b}'_{16}$	-.590	-.925	-.925	-.90498	-1.04268	-1.12012	-1.24069	-1.13321
$\phi$	4.159	1.127	2.239	1.127	1.444	3.602	1.396	1.021
$\times 10$	-784	-443	-618	-507	-459	-432	-411	-406

第3表 B' の中間及び最終の評価——続き

	$\hat{b}'_8$	$\hat{b}'_9$	$\hat{b}'_{10}$	$\hat{b}'_{11}$	$\hat{b}'_{12}$	$\hat{b}'_{13}$	$\hat{b}'_{14}$
$\hat{b}'$	1.5234	1.4722	1.4398	1.4275	1.4296	1.4314	.0495
$\hat{b}'_0$	.60798	.67502	.72311	.74589	.74385	.74301	.3218
$\hat{b}'_1 \times 10^5$	-6.602	-7.181	-7.901	-8.803	-9.908	-10.100	.3874
$\hat{b}'_2 \times 10^5$	-6.99	-7.37	-10.23	-13.81	-17.33	-17.83	2.572
$\hat{b}'_3 \times 10^5$	3.80	3.80	3.92	4.02	4.50	4.81	2.140
$\hat{b}'_4 \times 10^5$	2.67	2.27	1.88	1.55	1.41	1.45	.7421
$\hat{b}'_5 \times 10^5$	-2.270	-1.776	-1.175	-.478	-.004	.323	.6214
$\hat{b}'_6$	-.89395	-1.02364	-1.15462	-1.27814	-1.34516	-1.38555	.1261
$\hat{b}'_7$	.08574	.10564	.12673	.14793	.16128	.17004	.02940
$\hat{b}'_8$	-.09204	-.09022	-.08888	-.08842	-.08873	-.08929	.02581
$\hat{b}'_9$	-.05183	-.03993	-.02673	-.01237	-.00309	-.00348	.07632
$\hat{b}'_{10}$	.43079	.43833	.44756	.45803	.46704	.47381	.2274
$\hat{b}'_{11}$	.50311	.51463	.51931	.54550	.56449	.57990	.2269
$\hat{b}'_{12}$	.59298	.61568	.62747	.64498	.66079	.67502	.2310
$\hat{b}'_{13}$	-.18484	-.19254	-.19673	-.19690	-.19519	-.19439	.06513
$\hat{b}'_{14}$	-.89556	-.93945	-.97043	-.98650	-.98879	-.99186	.1822
$\hat{b}'_{15}$	-.92983	-.99371	-1.04153	-1.06823	-1.07275	-1.07455	.1795
$\hat{b}'_{16}$	-1.28470	-1.37181	-1.44031	-1.48257	-1.48786	-1.48850	.1787
$\phi$	1.266	8.070	1.788	7.326	1.013	1.308	—
$\times 10$	-402	-401	-398	-397	-395	-395	—

付 録 C

$$\begin{aligned}
 (C.1) \quad E\left(\frac{WP}{H} \mid X\right) &= \int_0^{\infty} xZ([I-x]/\sigma) dx \\
 &= I \int_{-\infty}^{I/\sigma} Z(x) dx + \sigma \int_{-\infty}^{I/\sigma} -xZ(x) dx \\
 &= IP \frac{\hat{I}}{\sigma} + \sigma Z \left( \frac{\hat{I}}{\sigma} \right)
 \end{aligned}$$



第13図 I を与えた時の  $\frac{WP}{H}$  の推定期待値

$E\left(\frac{WP}{H} \mid I\right)$  の値は、 $P\left(\frac{I}{\sigma}\right)$  の値と一緒に第4表で表にされている。I と  $E\left(\frac{WP}{H}\right)$  間の関係は第13図の中で図式に表示されている。

I に関しての E の派生物は ポジティブ である。

$$\begin{aligned}
 (C.2) \quad \frac{\partial E}{\partial I} &= \frac{I}{\sigma} Z\left(\frac{I}{\sigma}\right) + P\left(\frac{I}{\sigma}\right) + \sigma Z'\left(\frac{I}{\sigma}\right) \\
 &= P\left(\frac{I}{\sigma}\right) > 0 \quad I \text{ の全値値に対し。}
 \end{aligned}$$

第4表 Iを与えたときの $\frac{WP}{H}$ の推定期待値  
及びIを与えた時の $\frac{WP}{H} > 0$ の見込み

I	$P\left(\frac{WP}{H} > 0\right)$	$E\left(\frac{WP}{H}\right)$
-1.0	.0762	.0239
-.9	.0989	.0326
-.8	.1261	.0438
-.7	.1582	.0580
-.6	.1952	.0756
-.5	.2370	.0972
-.4	.2833	.1232
-.3	.3340	.1540
-.2	.3873	.1901
-.1	.4431	.2316
0.0	.5000	.2787
.1	.5569	.3316
.2	.6127	.3901
.3	.6660	.4540
.4	.7357	.5232
.5	.7630	.5922
.6	.8048	.6756
.7	.8418	.7580
.8	.8739	.8438
.9	.9011	.9326
1.0	.9238	1.0239